

Programmes de mathématiques de seconde et de première générales, et de première technologique, en vigueur dès l'année 2019-20, parus au BO spécial n°1 du 22 janvier 2019

Annexe

Programme de mathématiques de seconde générale et technologique

Sommaire



Préambule

Intentions majeures

La classe de seconde est conçue pour permettre aux élèves de consolider leur maîtrise du socle commun de connaissances, de compétences et de culture afin de réussir la transition du collège au lycée. Elle les prépare à déterminer leur choix d'un parcours au sein du cycle terminal jusqu'au baccalauréat général ou technologique dans l'objectif d'une poursuite d'études supérieures réussie et, au-delà, de leur insertion professionnelle.

L'enseignement des mathématiques de la classe de seconde est conçu à partir des intentions suivantes :

- permettre à chaque élève de consolider les acquis du collège et une culture mathématique de base, de développer son goût des mathématiques, d'en apprécier les démarches et les objets afin qu'il puisse faire l'expérience personnelle de l'efficacité des concepts mathématiques ainsi que de la simplification et de la généralisation que permet la maîtrise de l'abstraction ;
- préparer au choix de l'orientation : choix de la spécialité mathématiques dans la voie générale, choix de la série dans la voie technologique ;
- assurer les bases mathématiques nécessaires à toutes les poursuites d'études au lycée.

Le programme de mathématiques définit un ensemble de connaissances et de compétences qui s'appuie sur le programme de collège, en réactivant les notions déjà étudiées et en y ajoutant un nombre raisonnable de nouvelles notions, à étudier de manière suffisamment approfondie.

• Compétences mathématiques

Dans le prolongement des cycles précédents, six grandes compétences sont travaillées :

- **chercher**, expérimenter – en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- **modéliser**, faire une simulation, valider ou invalider un modèle ;
- **représenter**, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique...), changer de registre ;
- **raisonner**, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
- **calculer**, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes ;
- **communiquer** un résultat par oral ou par écrit, expliquer une démarche.

La résolution de problèmes est un cadre privilégié pour développer, mobiliser et combiner plusieurs de ces compétences. Cependant, pour prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes. Ceux-ci facilitent en effet le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique et élargissent le champ des démarches susceptibles d'être engagées. L'acquisition de ces réflexes est favorisée par la mise en place d'activités rituelles, notamment de calcul (mental ou réfléchi, numérique ou littéral). Elle est menée conjointement avec la résolution de problèmes motivants et substantiels, afin de stabiliser connaissances, méthodes et stratégies.

• Diversité de l'activité de l'élève

La mise en œuvre du programme doit permettre aux élèves d'acquérir des connaissances, des méthodes et des démarches spécifiques.

La diversité des activités concerne aussi bien les contextes (internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines) que les types de tâches proposées : « questions flash » pour favoriser l'acquisition d'automatismes, exercices

d’application et d’entraînement pour stabiliser et consolider les connaissances, exercices et problèmes favorisant les prises d’initiatives, mises au point collectives d’une solution, productions d’écrits individuels ou collectifs, etc.

Il importe donc que cette diversité se retrouve dans les travaux proposés à la classe. Parmi ceux-ci, les travaux écrits faits hors du temps scolaire permettent, à travers l’autonomie laissée à chacun, le développement des qualités de prise d’initiative ou de communication ainsi que la stabilisation des connaissances et des méthodes étudiées. Ils doivent être conçus de façon à prendre en compte la diversité des élèves. Le calcul est un outil essentiel pour la résolution de problèmes. Il est important en classe de seconde de poursuivre l’acquisition d’automatismes initiée au collège. L’installation de ces automatismes est favorisée par la mise en place d’activités rituelles, notamment de calcul (mental ou réfléchi, numérique ou littéral). Elle est menée conjointement avec la résolution de problèmes motivants et substantiels, afin de stabiliser connaissances, méthodes et stratégies.

- **Utilisation de logiciels**

L’utilisation de logiciels (calculatrice ou ordinateur), d’outils de visualisation et de représentation, de calcul (numérique ou formel), de simulation, de programmation développe la possibilité d’expérimenter, ouvre largement le dialogue entre l’observation et la démonstration et change profondément la nature de l’enseignement.

L’utilisation régulière de ces outils peut intervenir selon trois modalités :

- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective adapté ;
- par les élèves, en classe, à l'occasion de la résolution d'exercices ou de problèmes ;
- dans le cadre du travail personnel des élèves hors du temps de classe (par exemple au CDI ou à un autre point d’accès au réseau local).

- **Évaluation des élèves**

Les élèves sont évalués en fonction des capacités attendues et selon des modalités variées : devoir surveillé avec ou sans calculatrice, devoir en temps libre, rédaction de travaux de recherche, individuels ou collectifs, compte rendu de travaux pratiques pouvant s’appuyer sur des logiciels, exposé oral d’une solution. L’évaluation doit permettre de repérer les acquis des élèves en lien avec les six compétences mathématiques : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer.

- **Place de l’oral**

Les étapes de verbalisation et de reformulation jouent un rôle majeur dans l’appropriation des notions mathématiques et la résolution des problèmes. Comme toutes les disciplines, les mathématiques contribuent au développement des compétences orales, notamment à travers la pratique de l’argumentation. Celle-ci conduit à préciser sa pensée et à expliciter son raisonnement de manière à convaincre. Elle permet à chacun de faire évoluer sa pensée, jusqu’à la remettre en cause si nécessaire, pour accéder progressivement à la vérité par la preuve. Des situations variées se prêtent à la pratique de l’oral en mathématiques : la reformulation par l’élève d’un énoncé ou d’une démarche, les échanges interactifs lors de la construction du cours, les mises en commun après un temps de recherche, les corrections d’exercices, les travaux de groupe, les exposés individuels ou à plusieurs... L’oral mathématique mobilise à la fois le langage naturel et le langage symbolique dans ses différents registres (graphiques, formules, calcul).

- **Trace écrite**

Disposer d’une trace de cours claire, explicite et structurée est une aide essentielle à l’apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, d’appropriation individuelle ou collective, la trace écrite récapitule de façon organisée les

connaissances, les méthodes et les stratégies étudiées en classe. Explicitant les liens entre les différentes notions ainsi que leurs objectifs, éventuellement enrichie par des exemples ou des schémas, elle constitue pour l'élève une véritable référence vers laquelle il peut se tourner autant que de besoin. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la mémorisation et le développement de compétences. Le professeur doit avoir le souci de la bonne qualité (mathématique et rédactionnelle) des traces écrites figurant au tableau et dans les cahiers d'élèves. En particulier, il est essentiel de bien distinguer le statut des énoncés (conjecture, définition, propriété - admise ou démontrée -, démonstration, théorème).

- **Travail personnel des élèves**

Si la classe est le lieu privilégié pour la mise en activité mathématique des élèves, les travaux hors du temps scolaire sont indispensables pour consolider les apprentissages. Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, ces travaux sont essentiels à la formation des élèves. Individuels ou en groupe, évalués à l'écrit ou à l'oral, ces travaux sont conçus de façon à prendre en compte la diversité des élèves et permettent le développement des qualités d'initiatives, tout en assurant la stabilisation des connaissances et des compétences.

Quelques lignes directrices pour l'enseignement

Le professeur veille à créer, dans la classe de mathématiques, une atmosphère de travail favorable aux apprentissages, combinant bienveillance et exigence. Il est important de développer chez chaque élève des attitudes positives à l'égard des mathématiques et sa capacité à résoudre des problèmes stimulants.

L'élève doit être incité à s'engager dans une recherche mathématique, individuellement ou en équipe, et à développer sa confiance en lui. Il cherche, essaie des pistes, prend le risque de se tromper. Il ne doit pas craindre l'erreur, mais en tirer profit grâce au professeur, qui l'aide à l'identifier, à l'analyser et la comprendre. Ce travail sur l'erreur participe à la construction de ses apprentissages.

Les problèmes proposés aux élèves peuvent être internes aux mathématiques, provenir de l'histoire des mathématiques, être issus des autres disciplines ou du monde réel, en prenant garde que la simple inclusion de références au monde réel ne suffit pas toujours à transformer un exercice de routine en un bon problème. Dans tous les cas, ils doivent être bien conçus et motivants, afin de développer les connaissances et compétences mathématiques du programme.

Le professeur veille à établir un équilibre entre divers temps de l'apprentissage :

- les temps de recherche, d'activité, de manipulation ;
- les temps de dialogue et d'échange, de verbalisation ;
- les temps de cours, où le professeur expose avec précision, présente certaines démonstrations et permet aux élèves d'accéder à l'abstraction ;
- les temps où sont présentés et discutés des exemples, pour vérifier la bonne compréhension de tous les élèves ;
- les exercices et problèmes, allant progressivement de l'application la plus directe au thème d'étude ;
- les rituels, afin de consolider les connaissances et les méthodes.

Organisation du programme

Le programme s'organise en cinq grandes parties : « Nombres et calculs », « Géométrie », « Fonctions », « Statistiques et probabilités » et « Algorithmique et programmation ». Ce

découpage n'est pas un plan de cours et il est essentiel d'exploiter les possibilités d'interaction entre ces parties. Les connaissances du collège sont systématiquement réactivées à travers des problèmes.

Démontrer est une composante fondamentale de l'activité mathématique. Le programme identifie quelques démonstrations exemplaires, que les élèves découvrent selon des modalités variées : présentation par le professeur, élaboration par les élèves sous la direction du professeur, devoirs à la maison, etc.

Le programme propose un certain nombre d'approfondissements possibles, mais en aucun cas obligatoires. Ils peuvent permettre une différenciation pédagogique.

Il peut être judicieux d'éclairer le cours par des éléments de contextualisation d'ordre historique, épistémologique ou culturel. L'histoire peut aussi être envisagée comme une source féconde de problèmes clarifiant le sens de certaines notions. Les items « Histoire des mathématiques » identifient quelques possibilités en ce sens. Pour les étayer, le professeur peut s'appuyer sur l'étude de documents historiques.

Programme

Nombres et calculs

- **Objectifs**

Cette partie prolonge le thème « Nombres et calculs » du cycle 4 avec pour objectifs de :

- approfondir la connaissance des divers types et ensembles de nombres ;
- développer la pratique du calcul numérique ou algébrique ;
- travailler sur les inégalités ;
- résoudre des problèmes modélisés par des équations ou inéquations se ramenant au premier degré.

Les élèves rencontrent les nombres réels comme abscisses des points d'une droite graduée, et plus largement comme nombres permettant de mesurer des grandeurs. Ils les comparent, ils apprennent qu'il existe des nombres irrationnels, les encadrent par des nombres décimaux ou rationnels. Ils comprennent que calculatrices et logiciels font des calculs approchés. En liaison avec un approfondissement de l'étude des multiples et diviseurs, ils consolident la pratique du calcul sur les fractions.

La mise en évidence de la puissance du calcul littéral comme outil de résolution de problème, déjà rencontrée au collège, reste un objectif important. L'élève doit être confronté à des situations, internes ou externes aux mathématiques, dans lesquelles une modélisation est nécessaire, faisant intervenir variables, expressions algébriques, équations ou inéquations. Les situations internes sont l'occasion de réactiver les connaissances du collège, notamment sur les thèmes « Espace et géométrie » et « Grandeurs et mesures » (longueurs, aires, volumes, angles, vitesses).

Il convient d'équilibrer la formation, d'une part en proposant des applications variées et significatives des notions et techniques étudiées, d'autre part, en veillant à l'acquisition des automatismes, par la pratique fréquente de calculs routiniers. On réactivera notamment les formes décimales exactes de $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ et des fractions $\frac{k}{5}$ pour k dans {1,2,3,4}, et arrondies de $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$.

- **Histoire des mathématiques**

La notion apparemment familière de nombre ne va pas de soi. Deux exemples : la crise provoquée par la découverte des irrationnels chez les mathématiciens grecs, la différence entre « nombres réels » et « nombres de la calculatrice ». Il s'agit également de souligner le gain en efficacité et en généralité qu'apporte le calcul littéral, en expliquant qu'une grande partie des mathématiques n'a pu se développer qu'au fur et à mesure de l'élaboration, au cours des siècles, de symbolismes efficaces. Il est possible d'étudier des textes anciens d'auteurs tels que Diophante, Euclide, Al-Khwarizmi, Fibonacci, Viète, Fermat, Descartes et mettre en évidence leurs aspects algorithmiques.

- **Manipuler les nombres réels**

Au cycle 4, les élèves ont étudié les inégalités pour comparer des valeurs numériques. La notion d'intervalle, présentée comme ensemble de nombres vérifiant des inégalités, est nouvelle.

La notation de la valeur absolue est introduite pour exprimer la distance entre deux nombres réels et caractériser les intervalles de centre donné. Toute autre utilisation est hors programme.

Contenus

- Ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, droite numérique.
- Intervalles de $\mathbb{R}$. Notations $+\infty$ et $-\infty$.
- Notation $|a|$. Distance entre deux nombres réels.
- Représentation de l'intervalle $[a - r , a + r]$ puis caractérisation par la condition $|x - a| \leqslant r$.
- Ensemble $\mathbb{D}$ des nombres décimaux. Encadrement décimal d'un nombre réel à 10^{-n} près.
- Ensemble $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels. Nombres irrationnels ; exemples fournis par la géométrie, par exemple $\sqrt{2}$ et π.

Capacités attendues

- Associer à chaque point de la droite graduée un unique nombre réel et réciproquement.
- Représenter un intervalle de la droite numérique. Déterminer si un nombre réel appartient à un intervalle donné.
- Donner un encadrement, d'amplitude donnée, d'un nombre réel par des décimaux.
- Dans le cadre de la résolution de problèmes, arrondir en donnant le nombre de chiffres significatifs adapté à la situation étudiée.

Démonstrations

- Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.
- Le nombre réel $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Exemple d'algorithme

- Déterminer par balayage un encadrement de $\sqrt{2}$ d'amplitude inférieure ou égale à 10^{-n}.

Approfondissements possibles

- Développement décimal illimité d'un nombre réel.
- Observation, sur des exemples, de la périodicité du développement décimal de nombres rationnels, du fait qu'un développement décimal périodique correspond à un rationnel.

- **Utiliser les notions de multiple, diviseur et de nombre premier**

Contenus

- Notations ℕ et ℤ.
- Définition des notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair.

Capacités attendues

- Modéliser et résoudre des problèmes mobilisant les notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair, de nombre premier.
- Présenter les résultats fractionnaires sous forme irréductible.

Démonstrations

- Pour une valeur numérique de *a*, la somme de deux multiples de *a* est multiple de *a*.
- Le carré d'un nombre impair est impair.

Exemples d'algorithme

- Déterminer si un entier naturel *a* est multiple d'un entier naturel *b*.
- Pour des entiers *a* et *b* donnés, déterminer le plus grand multiple de *a* inférieur ou égal à *b*.
- Déterminer si un entier naturel est premier.

- **Utiliser le calcul littéral**

Contenus

- Règles de calcul sur les puissances entières relatives, sur les racines carrées. Relation $\sqrt{a^2} = |a|$.
- Identités $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, à savoir utiliser dans les deux sens.
- Exemples simples de calcul sur des expressions algébriques, en particulier sur des expressions fractionnaires.
- Somme d'inégalités. Produit d'une inégalité par un réel positif, négatif, en liaison avec le sens de variation d'une fonction affine.
- Ensemble des solutions d'une équation, d'une inéquation.

Capacités attendues

- Effectuer des calculs numériques ou littéraux mettant en jeu des puissances, des racines carrées, des écritures fractionnaires.
- Sur des cas simples de relations entre variables (par exemple $U = RI$, $d = vt$, $S = \pi r^2$, $V = abc$, $V = \pi r^2 h$), exprimer une variable en fonction des autres. Cas d'une relation du premier degré $ax + by = c$.
- Choisir la forme la plus adaptée (factorisée, développée réduite) d'une expression en vue de la résolution d'un problème.
- Comparer deux quantités en utilisant leur différence, ou leur quotient dans le cas positif.
- Modéliser un problème par une inéquation.
- Résoudre une inéquation du premier degré.

Démonstrations

- Quels que soient les réels positifs *a* et *b*, on a $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.
- Si *a* et *b* sont des réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- Pour *a* et *b* réels positifs, illustration géométrique de l'égalité $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Exemple d'algorithme

– Déterminer la première puissance d'un nombre positif donné supérieure ou inférieure à une valeur donnée.

Approfondissements possibles

– Développement de $(a + b + c)^2$.
– Développement de $(a + b)^3$.
– Inégalité entre moyennes géométrique et arithmétique de deux réels strictement positifs.

Géométrie

- **Objectifs**

Les objectifs de cette partie sont les suivants :

– consolider les notions sur les configurations géométriques abordées au collège et prolonger leur étude ;
– introduire les vecteurs du plan comme outil permettant d'étudier des problèmes issus des mathématiques et des autres disciplines, en particulier de la physique ;
– poursuivre l'étude de la géométrie repérée, qui relie nombres, calculs algébriques, fonctions et géométrie et constitue un outil utile à d'autres disciplines. En particulier, introduire la notion d'ensemble de points du plan décrit par une équation, en explicitant le cas des équations de droites.

Les élèves découvrent les vecteurs, qui sont un outil efficace pour démontrer en géométrie et pour modéliser en physique. Ils les manipulent dans le plan muni d'un repère orthonormé. Ils approfondissent leurs connaissances sur les configurations du plan, disposent de nouveaux outils pour analyser des figures géométriques, résoudre des problèmes. Ils étudient les équations de droite, font le lien entre représentations géométrique, algébrique, et fonctionnelle.

La géométrie développe des capacités de représentation. Il importe de s'appuyer sur des figures, selon des modalités diverses (tracé à main levée, schéma, figure soignée, utilisation de logiciels). Dans le cadre de la résolution de problèmes, l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique par les élèves leur donne une plus grande autonomie et encourage leur prise d'initiative.

Le programme se place dans le cadre de la géométrie plane. Cependant, le professeur peut proposer des activités mobilisant les notions de géométrie dans l'espace vues au collège (sections, aires, volumes) enrichies de celles étudiées en seconde (vecteurs).

Il convient de mettre en valeur l'intervention de la géométrie dans les autres parties du programme, notamment « Nombres et calculs » et « Fonctions ».

- **Histoire des mathématiques**

Les progrès apportés par la « méthode des coordonnées » de Descartes, puis par la notion de vecteur, permettent de relier efficacement géométrie, physique et calcul.

On pourra évoquer les mathématiques grecques, en mettant en évidence le rôle central de la géométrie dans la naissance de l'idée de démonstration ainsi que le faible développement de l'algèbre sous l'Antiquité, en partie dû à l'appui systématique sur la géométrie.

- **Manipuler les vecteurs du plan**

Au cycle 4, la notion de translation fait l'objet d'une première approche, fondée sur l'observation de son effet sur les configurations planes et de manipulations diverses,

notamment sur un quadrillage ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique. On s'y appuie en seconde pour introduire la notion de vecteur.

Le professeur peut définir les opérations vectorielles à partir des coordonnées, ou bien commencer par leur construction géométrique. Dans tous les cas, la relation $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ est mise en évidence. La relation de Chasles est introduite pour illustrer l'addition des vecteurs, mais ne fait pas l'objet d'un travail spécifique.

Contenus

- Vecteur $\overrightarrow{MM'}$ associé à la translation qui transforme M en M'. Direction, sens et norme.
- Égalité de deux vecteurs. Notation $\vec{u}$. Vecteur nul.
- Somme de deux vecteurs en lien avec l'enchaînement des translations. Relation de Chasles.
- Base orthonormée. Coordonnées d'un vecteur. Expression de la norme d'un vecteur.
- Expression des coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ en fonction de celles de A et de B.
- Produit d'un vecteur par un nombre réel. Colinéarité de deux vecteurs.
- Déterminant de deux vecteurs dans une base orthonormée, critère de colinéarité. Application à l'alignement, au parallélisme.

Capacités attendues

- Représenter géométriquement des vecteurs.
- Construire géométriquement la somme de deux vecteurs.
- Représenter un vecteur dont on connaît les coordonnées. Lire les coordonnées d'un vecteur.
- Calculer les coordonnées d'une somme de vecteurs, d'un produit d'un vecteur par un nombre réel.
- Calculer la distance entre deux points. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
- Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs.
- Résoudre des problèmes en utilisant la représentation la plus adaptée des vecteurs.

Démonstration

- Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

Approfondissement possible

- Définition vectorielle des homothéties.

- **Résoudre des problèmes de géométrie**

Contenus

- Projeté orthogonal d'un point sur une droite.

Capacités attendues

- Résoudre des problèmes de géométrie plane sur des figures simples ou complexes (triangles, quadrilatères, cercles).
- Calculer des longueurs, des angles, des aires et des volumes.
- Traiter de problèmes d'optimisation.

Démonstrations

- Le projeté orthogonal du point M sur une droite Δ est le point de la droite Δ le plus proche du point M.
- Relation trigonométrique $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$ dans un triangle rectangle.



Approfondissements possibles

- Démontrer que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.
- Expression de l'aire d'un triangle : $\frac{1}{2}ab\,sinC$.
- Formule d'Al-Kashi.
- Le point de concours des médiatrices est le centre du cercle circonscrit.

• Représenter et caractériser les droites du plan

Au cycle 4, les élèves ont rencontré les équations de droite pour représenter les fonctions affines. En seconde, ils étendent l'étude à la forme générale des équations de droite.

Dans cette section, le plan est muni d'un repère orthonormé.

Contenus

- Vecteur directeur d'une droite.
- Équation de droite : équation cartésienne, équation réduite.
- Pente (ou coefficient directeur) d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.

Capacités attendues

- Déterminer une équation de droite à partir de deux points, un point et un vecteur directeur ou un point et la pente.
- Déterminer la pente ou un vecteur directeur d'une droite donnée par une équation ou une représentation graphique.
- Tracer une droite connaissant son équation cartésienne ou réduite.
- Établir que trois points sont alignés ou non.
- Déterminer si deux droites sont parallèles ou sécantes.
- Résoudre un système de deux équations linéaires à deux inconnues, déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes.

Démonstration

- En utilisant le déterminant, établir la forme générale d'une équation de droite.

Exemples d'algorithme

- Étudier l'alignement de trois points dans le plan.
- Déterminer une équation de droite passant par deux points donnés.

Approfondissements possibles

- Ensemble des points équidistants d'un point et de l'axe des abscisses.
- Représentation, sur des exemples, de parties du plan décrites par des inégalités sur les coordonnées.

Fonctions

• Objectifs

Au cycle 4, les élèves ont découvert progressivement la notion de fonction, manipulé différents modes de représentation : expression algébrique, tableau de valeurs, représentation graphique, programmes de calcul. Ils connaissent le vocabulaire de base : variable, fonction, antécédent, image et la notation $f(x)$. Selon le mode de représentation choisi, ils déterminent une image ou des antécédents d'un nombre par une fonction. Ils ont étudié les fonctions linéaires, les fonctions affines et leur représentation graphique.

En seconde, les objectifs sont les suivants :

- consolider la notion de fonction, comme exprimant la dépendance d'une variable par rapport à une autre ;

- exploiter divers registres, notamment le registre algébrique et le registre graphique ;
- étendre la panoplie des fonctions de référence ;
- étudier les notions liées aux variations et aux extremums des fonctions.

Les fonctions définies sur un intervalle de ℝ permettent de modéliser des phénomènes continus. On peut confronter les élèves à des exemples de fonctions définies sur ℕ pour modéliser des phénomènes discrets. La notation $u(n)$ est alors utilisée.

La modélisation d'une dépendance par une fonction apparaît dans des domaines très variés : géométrie dans le plan ou dans l'espace, biologie, économie, physique, sciences sociales. La modélisation de phénomènes dépendant du temps, la variable étant alors notée t est mise en évidence

Les outils numériques sont mis à profit :

- un logiciel de géométrie dynamique, pour la représentation graphique et l'utilisation de curseurs ;
- Python, le tableur ou la calculatrice, pour mettre en évidence l'aspect de programme de calcul.

Dans un premier temps, les élèves découvrent, manipulent et verbalisent certaines propriétés (parité, monotonie sur un intervalle…) sur les fonctions de référence. Ces propriétés se généralisent peu à peu aux fonctions quelconques. Leur maîtrise est un objectif de fin d'année. Leur formalisation est l'occasion d'un travail sur les quantificateurs.

- **Histoire des mathématiques**

On peut évoquer la très lente élaboration de la notion de fonction, depuis l'Antiquité jusqu'à la codification actuelle par Dirichlet, en mettant en évidence quelques étapes importantes : Newton, Leibniz, Euler. On souligne alors l'importance de la notation algébrique.

- **Se constituer un répertoire de fonctions de référence**

Les élèves doivent se constituer un répertoire d'images mentales des courbes représentatives des fonctions de référence, sur lesquelles s'appuyer lors de l'étude des propriétés des fonctions.

Contenus

- Fonctions carré, inverse, racine carrée, cube : définitions et courbes représentatives.

Capacités attendues

- Pour deux nombres a et b donnés et une fonction de référence f, comparer $f(a)$ et $f(b)$ numériquement ou graphiquement.
- Pour les fonctions affines, carré, inverse, racine carrée et cube, résoudre graphiquement ou algébriquement une équation ou une inéquation du type $f(x) = k$, $f(x) < k$.

Démonstration

- Étudier la position relative des courbes d'équation $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, pour $x \geqslant 0$.

- **Représenter algébriquement et graphiquement les fonctions**

Contenus

- Fonction à valeurs réelles définie sur un intervalle ou une réunion finie d'intervalles de ℝ.
- Courbe représentative : la courbe d'équation $y = f(x)$ est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées (x,y) vérifient $y = f(x)$.
- Fonction paire, impaire. Traduction géométrique.

Capacités attendues
- Exploiter l'équation $y = f(x)$ d'une courbe : appartenance, calcul de coordonnées.
- Modéliser par des fonctions des situations issues des mathématiques, des autres disciplines.
- Résoudre une équation ou une inéquation du type $f(x) = k$, $f(x) < k$, en choisissant une méthode adaptée : graphique, algébrique, logicielle.
- Résoudre une équation, une inéquation produit ou quotient, à l'aide d'un tableau de signes.
- Résoudre, graphiquement ou à l'aide d'un outil numérique, une équation ou inéquation du type $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$.

Approfondissement possible
- Étudier la parité d'une fonction dans des cas simples.

- ### Étudier les variations et les extremums d'une fonction

Contenus
- Croissance, décroissance, monotonie d'une fonction définie sur un intervalle. Tableau de variations.
- Maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.
- Pour une fonction affine, interprétation du coefficient directeur comme taux d'accroissement, variations selon son signe.
- Variations des fonctions carré, inverse, racine carrée, cube.

Capacités attendues
- Relier représentation graphique et tableau de variations.
- Déterminer graphiquement les extremums d'une fonction sur un intervalle.
- Exploiter un logiciel de géométrie dynamique ou de calcul formel, la calculatrice ou Python pour décrire les variations d'une fonction donnée par une formule.
- Relier sens de variation, signe et droite représentative d'une fonction affine.

Démonstration
- Variations des fonctions carré, inverse, racine carrée.

Exemples d'algorithme
- Pour une fonction dont le tableau de variations est donné, algorithmes d'approximation numérique d'un extremum (balayage, dichotomie).
- Algorithme de calcul approché de longueur d'une portion de courbe représentative de fonction.

Approfondissement possible
- Relier les courbes représentatives de la fonction racine carrée et de la fonction carré sur $\mathbb{R}^+$.

Statistiques et probabilités

- ### Objectifs

En matière d'information chiffrée, les élèves ont travaillé au cycle 4 effectifs, fréquences, proportions, pourcentages, coefficient de proportionnalité, taux d'évolution, coefficient multiplicateur. L'objectif est de consolider et de prolonger ce travail par l'étude de situations multiplicatives : proportion de proportion, évolutions successives ou réciproques. Les élèves doivent distinguer si un pourcentage exprime une proportion ou une évolution.

En statistique descriptive, les élèves ont étudié moyenne, médiane et étendue. On introduit la notion de moyenne pondérée et deux indicateurs de dispersion : écart interquartile et écart type.

Au cycle 4, les élèves ont travaillé sur les notions élémentaires de probabilité : expérience aléatoire, issue, événement, probabilité. Ils ont construit leur intuition sur des situations concrètes fondées sur l'équiprobabilité, puis en simulant la répétition d'épreuves identiques et indépendantes pour observer la stabilisation des fréquences. Ils sont capables de calculer des probabilités dans des contextes faisant intervenir une ou deux épreuves.

En classe de seconde, on formalise la notion de loi (ou distribution) de probabilité dans le cas fini en s'appuyant sur le langage des ensembles et on précise les premiers éléments de calcul des probabilités. On insiste sur le fait qu'une loi de probabilité (par exemple une équiprobabilité) est une hypothèse du modèle choisi et ne se démontre pas. Le choix du modèle peut résulter d'hypothèses implicites d'équiprobabilité (par exemple, lancers de pièces ou dés équilibrés, tirage au hasard dans une population) qu'il est recommandable d'expliciter ; il peut aussi résulter d'une application d'une version vulgarisée de la loi des grands nombres, où un modèle est construit à partir de fréquences observées pour un phénomène réel (par exemple : lancer de punaise, sexe d'un enfant à la naissance). Dans tous les cas, on distingue nettement le modèle probabiliste abstrait et la situation réelle.

- **Histoire des mathématiques**

L'histoire des probabilités fournit un cadre pour dégager les éléments de la mathématisation du hasard. Un exemple est le problème des partis, dit aussi du chevalier de Méré, l'échange de lettres entre Pascal et Fermat sur ce point puis les travaux de Pascal, Fermat et Huygens qui en découlent. Le problème du duc de Toscane ou les travaux de Leibniz sur le jeu de dés peuvent aussi être évoqués.

- **Utiliser l'information chiffrée et statistique descriptive**

Contenus

- Proportion, pourcentage d'une sous-population dans une population.
- Ensembles de référence inclus les uns dans les autres : pourcentage de pourcentage.
- Évolution : variation absolue, variation relative.
- Évolutions successives, évolution réciproque : relation sur les coefficients multiplicateurs (produit, inverse).
- Indicateurs de tendance centrale d'une série statistique : moyenne pondérée.
- Linéarité de la moyenne.
- Indicateurs de dispersion : écart interquartile, écart type.

Capacités attendues

- Exploiter la relation entre effectifs, proportions et pourcentages.
- Traiter des situations simples mettant en jeu des pourcentages de pourcentages.
- Exploiter la relation entre deux valeurs successives et leur taux d'évolution.
- Calculer le taux d'évolution global à partir des taux d'évolution successifs. Calculer un taux d'évolution réciproque.
- Décrire verbalement les différences entre deux séries statistiques, en s'appuyant sur des indicateurs ou sur des représentations graphiques données.
- Pour des données réelles ou issues d'une simulation, lire et comprendre une fonction écrite en Python renvoyant la moyenne m, l'écart type s, et la proportion d'éléments appartenant à $[m - 2s, m + 2s]$.

- **Modéliser le hasard, calculer des probabilités**

L'ensemble des issues est fini.

Contenus

- Ensemble (univers) des issues. Événements. Réunion, intersection, complémentaire.
- Loi (distribution) de probabilité. Probabilité d'un événement : somme des probabilités des issues.
- Relation $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.
- Dénombrement à l'aide de tableaux et d'arbres.

Capacités attendues

- Utiliser des modèles théoriques de référence (dé, pièce équilibrée, tirage au sort avec équiprobabilité dans une population) en comprenant que les probabilités sont définies a priori.
- Construire un modèle à partir de fréquences observées, en distinguant nettement modèle et réalité.
- Calculer des probabilités dans des cas simples : expérience aléatoire à deux ou trois épreuves.

- **Échantillonnage**

En liaison avec la partie « Algorithmique et programmation », on définit la notion d'échantillon. L'objectif est de faire percevoir, sous une forme expérimentale, la loi des grands nombres, la fluctuation d'échantillonnage et le principe de l'estimation d'une probabilité par une fréquence observée sur un échantillon.

Contenus

- Échantillon aléatoire de taille n pour une expérience à deux issues.
- Version vulgarisée de la loi des grands nombres : « Lorsque n est grand, sauf exception, la fréquence observée est proche de la probabilité. »
- Principe de l'estimation d'une probabilité, ou d'une proportion dans une population, par une fréquence observée sur un échantillon.

Capacités attendues

- Lire et comprendre une fonction Python renvoyant le nombre ou la fréquence de succès dans un échantillon de taille n pour une expérience aléatoire à deux issues.
- Observer la loi des grands nombres à l'aide d'une simulation sur Python ou tableur.
- Simuler N échantillons de taille n d'une expérience aléatoire à deux issues. Si p est la probabilité d'une issue et f sa fréquence observée dans un échantillon, calculer la proportion des cas où l'écart entre p et f est inférieur ou égal à $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

Algorithmique et programmation

La démarche algorithmique est, depuis les origines, une composante essentielle de l'activité mathématique. Au cycle 4, en mathématiques et en technologie, les élèves ont appris à écrire, mettre au point et exécuter un programme simple. Une consolidation des acquis du cycle 4 est proposée autour de deux idées essentielles :

- la notion de fonction ;
- la programmation comme production d'un texte dans un langage informatique.

Dans le cadre de cette activité, les élèves s'exercent à :

- décrire des algorithmes en langage naturel ou dans un langage de programmation ;
- en réaliser quelques-uns à l'aide d'un programme simple écrit dans un langage de programmation textuel ;
- interpréter, compléter ou modifier des algorithmes plus complexes.

Un langage de programmation simple d'usage est nécessaire pour l'écriture des programmes informatiques. Le langage choisi est Python, langage interprété, concis, largement répandu et pouvant fonctionner dans une diversité d'environnements. Les élèves sont entraînés à passer du langage naturel à Python et inversement.

L'algorithmique a une place naturelle dans tous les champs des mathématiques et les problèmes ainsi traités doivent être en relation avec les autres parties du programme (fonctions, géométrie, statistiques et probabilité, logique) mais aussi avec les autres disciplines ou la vie courante.

À l'occasion de l'écriture d'algorithmes et de petits programmes, il convient de transmettre aux élèves l'exigence d'exactitude et de rigueur, et de les entraîner aux pratiques systématiques de vérification et de contrôle. En programmant, les élèves revisitent les notions de variables et de fonctions sous une forme différente.

- **Histoire des mathématiques**

Les textes évoqués dans la thématique « Nombres et calculs » indiquent une préoccupation algorithmique tout au long de l'Histoire. Lorsqu'un texte historique a une visée algorithmique, transformer les méthodes qu'il présente en un algorithme, voire en un programme, ou inversement, est l'occasion de travailler des changements de registre qui donnent du sens au formalisme mathématique.

- **Utiliser les variables et les instructions élémentaires**

Contenus

- Variables informatiques de type entier, booléen, flottant, chaîne de caractères.
- Affectation (notée $\leftarrow$ en langage naturel).
- Séquence d'instructions.
- Instruction conditionnelle.
- Boucle bornée (for), boucle non bornée (while).

Capacités attendues

- Choisir ou déterminer le type d'une variable (entier, flottant ou chaîne de caractères).
- Concevoir et écrire une instruction d'affectation, une séquence d'instructions, une instruction conditionnelle.
- Écrire une formule permettant un calcul combinant des variables.
- Programmer, dans des cas simples, une boucle bornée, une boucle non bornée.
- Dans des cas plus complexes : lire, comprendre, modifier ou compléter un algorithme ou un programme.

- **Notion de fonction**

Contenus

- Fonctions à un ou plusieurs arguments.
- Fonction renvoyant un nombre aléatoire. Série statistique obtenue par la répétition de l'appel d'une telle fonction.

Capacités attendues

- Écrire des fonctions simples ; lire, comprendre, modifier, compléter des fonctions plus complexes. Appeler une fonction.
- Lire et comprendre une fonction renvoyant une moyenne, un écart type. Aucune connaissance sur les listes n'est exigée.
- Écrire des fonctions renvoyant le résultat numérique d'une expérience aléatoire, d'une répétition d'expériences aléatoires indépendantes.

Vocabulaire ensembliste et logique

L'apprentissage des notations mathématiques et de la logique est transversal à tous les chapitres du programme. Aussi, il importe d'y travailler d'abord dans des contextes où ils se présentent naturellement, puis de prévoir des temps où les concepts et types de raisonnement sont étudiés, après avoir été rencontrés plusieurs fois en situation.

Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire, et savoir utiliser les symboles de base correspondant : $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$, ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles. Ils rencontrent également la notion de couple.

Pour le complémentaire d'un sous-ensemble A de E, on utilise la notation des probabilités $\bar{A}$, ou la notation $E \setminus A$.

Les élèves apprennent en situation à :

- reconnaître ce qu'est une proposition mathématique, à utiliser des variables pour écrire des propositions mathématiques ;
- lire et écrire des propositions contenant les connecteurs « et », « ou » ;
- formuler la négation de propositions simples (sans implication ni quantificateurs) ;
- mobiliser un contre-exemple pour montrer qu'une proposition est fausse ;
- formuler une implication, une équivalence logique, et à les mobiliser dans un raisonnement simple ;
- formuler la réciproque d'une implication ;
- lire et écrire des propositions contenant une quantification universelle ou existentielle (les symboles $\forall$ et $\exists$ sont hors programme).

Par ailleurs, les élèves produisent des raisonnements par disjonction des cas et par l'absurde.

Annexe

Programme de mathématiques de première générale

Sommaire



Préambule

Intentions majeures

La classe de première générale est conçue pour préparer au baccalauréat général, et au-delà à une poursuite d'études réussie et à l'insertion professionnelle.

L'enseignement de spécialité de mathématiques de la classe de première générale est conçu à partir des intentions suivantes :

- permettre à chaque élève de consolider les acquis de la seconde, de développer son goût des mathématiques, d'en apprécier les démarches et les objets afin qu'il puisse faire l'expérience personnelle de l'efficacité des concepts mathématiques et de la simplification et la généralisation que permet la maîtrise de l'abstraction ;
- développer des interactions avec d'autres enseignements de spécialité ;
- préparer au choix des enseignements de la classe de terminale : notamment choix de l'enseignement de spécialité de mathématiques, éventuellement accompagné de l'enseignement optionnel de mathématiques expertes, ou choix de l'enseignement optionnel de mathématiques complémentaires.

Le programme de mathématiques définit un ensemble de connaissances et de compétences, réaliste et ambitieux, qui s'appuie sur le programme de seconde dans un souci de cohérence, en réactivant les notions déjà étudiées et y ajoutant un nombre raisonnable de nouvelles notions, à étudier de manière suffisamment approfondie.

• Compétences mathématiques

Dans le prolongement des cycles précédents, on travaille les six grandes compétences :

- **chercher**, expérimenter, en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- **modéliser**, faire une simulation, valider ou invalider un modèle ;
- **représenter**, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique…), changer de registre ;
- **raisonner**, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
- **calculer**, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes ;
- **communiquer** un résultat par oral ou par écrit, expliquer une démarche.

La résolution de problèmes est un cadre privilégié pour développer, mobiliser et combiner plusieurs de ces compétences. Cependant, pour prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes. Ceux-ci facilitent en effet le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique et élargissent le champ des démarches susceptibles d'être engagées. L'installation de ces réflexes est favorisée par la mise en place d'activités rituelles, notamment de calcul (mental ou réfléchi, numérique ou littéral). Elle est menée conjointement avec la résolution de problèmes motivants et substantiels, afin de stabiliser connaissances, méthodes et stratégies.

• Diversité de l'activité de l'élève

La diversité des activités mathématiques proposées doit permettre aux élèves de prendre conscience de la richesse et de la variété de la démarche mathématique et de la situer au sein de l'activité scientifique. Cette prise de conscience est un élément essentiel dans la définition de leur orientation.

Il importe donc que cette diversité se retrouve dans les travaux proposés à la classe. Parmi ceux-ci, les travaux écrits faits hors du temps scolaire permettent, à travers l'autonomie laissée à chacun, le développement des qualités d'initiative, tout en assurant la stabilisation

des connaissances et des compétences. Ils doivent être conçus de façon à prendre en compte la diversité et l'hétérogénéité des élèves.

Le calcul est un outil essentiel pour la résolution de problèmes. Il importe de poursuivre l'entraînement des élèves dans ce domaine par la pratique régulière du calcul numérique et du calcul littéral, sous ses diverses formes : mentale, écrite, instrumentée.

- **Utilisation de logiciels**

L'utilisation de logiciels (calculatrice ou ordinateur), d'outils de visualisation et de représentation, de calcul (numérique ou formel), de simulation, de programmation développe la possibilité d'expérimenter, favorise l'interaction entre l'observation et la démonstration et change profondément la nature de l'enseignement.

L'utilisation régulière de ces outils peut intervenir selon trois modalités :

- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective adapté ;
- par les élèves, sous forme de travaux pratiques de mathématiques en classe, à l'occasion de la résolution d'exercices ou de problèmes ;
- dans le cadre du travail personnel des élèves hors du temps de classe (par exemple au CDI ou à un autre point d'accès au réseau local).

- **Évaluation des élèves**

Les élèves sont évalués en fonction des capacités attendues et selon des modes variés : devoirs surveillés avec ou sans calculatrice, devoirs en temps libre, rédaction de travaux de recherche individuels ou collectifs, travaux pratiques pouvant s'appuyer sur des logiciels, exposé oral d'une solution.

- **Place de l'oral**

Les étapes de verbalisation et de reformulation jouent un rôle majeur dans l'appropriation des notions mathématiques et la résolution des problèmes. Comme toutes les disciplines, les mathématiques contribuent au développement des compétences orales à travers notamment la pratique de l'argumentation. Celle-ci conduit à préciser sa pensée et à expliciter son raisonnement de manière à convaincre. Elle permet à chacun de faire évoluer sa pensée, jusqu'à la remettre en cause si nécessaire, pour accéder progressivement à la vérité par la preuve. Des situations variées se prêtent à la pratique de l'oral en mathématiques : la reformulation par l'élève d'un énoncé ou d'une démarche, les échanges interactifs lors de la construction du cours, les mises en commun après un temps de recherche, les corrections d'exercices, les travaux de groupe, les exposés individuels ou à plusieurs… L'oral mathématique mobilise à la fois le langage naturel et le langage symbolique dans ses différents registres (graphiques, formules, calcul).

Si ces considérations sont valables pour tous les élèves, elles prennent un relief particulier pour ceux qui choisiront les mathématiques comme enseignement de spécialité en terminale et qui ont à préparer l'épreuve orale terminale du baccalauréat. Il convient que les travaux proposés aux élèves y contribuent dès la classe de première.

- **Trace écrite**

Disposer d'une trace de cours claire, explicite et structurée est une aide essentielle à l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, d'appropriation individuelle ou collective, de présentation commentée, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les méthodes et les stratégies étudiées en classe. Explicitant les liens entre les différentes notions ainsi que leurs objectifs, éventuellement enrichie par des exemples ou des schémas, elle constitue pour l'élève une véritable référence vers laquelle il peut se tourner autant que de besoin, tout au long du cycle terminal. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices

et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la mémorisation et le développement de compétences. Le professeur doit avoir le souci de la bonne qualité (mathématique et rédactionnelle) des traces écrites figurant au tableau et dans les cahiers d'élèves. En particulier, il est essentiel de bien distinguer le statut des énoncés (conjecture, définition, propriété - admise ou démontrée -, démonstration, théorème).

- **Travail personnel des élèves**

Si la classe est le lieu privilégié pour la mise en activité mathématique des élèves, les travaux hors du temps scolaire sont indispensables pour consolider les apprentissages. Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, ces travaux sont essentiels à la formation des élèves. Individuels ou en groupe, évalués à l'écrit ou à l'oral, ces travaux sont conçus de façon à prendre en compte la diversité des élèves et permettent le développement des qualités d'initiative tout en assurant la stabilisation des connaissances et des compétences.

Quelques lignes directrices pour l'enseignement

Le professeur veille à créer dans la classe de mathématiques une atmosphère de travail favorable aux apprentissages, combinant bienveillance et exigence. Il faut développer chez chaque élève des attitudes positives à l'égard des mathématiques et sa capacité à résoudre des problèmes stimulants.

L'élève doit être incité à s'engager dans une recherche mathématique, individuellement ou en équipe, et à développer sa confiance en lui. Il cherche, essaie des pistes, prend le risque de se tromper. Il ne doit pas craindre l'erreur, car il sait qu'il peut en tirer profit grâce au professeur, qui l'aide à l'identifier, à l'analyser et la comprendre. Ce travail sur l'erreur participe à la construction de ses apprentissages.

Les problèmes proposés aux élèves peuvent être internes aux mathématiques, provenir de l'histoire des mathématiques, être issus des autres disciplines ou du monde réel, en prenant garde que la simple inclusion de références au monde réel ne suffit pas toujours à transformer un exercice de routine en un bon problème. Dans tous les cas, ils doivent être bien conçus et motivants, afin de développer les connaissances et compétences mathématiques du programme.

Le professeur doit veiller à établir un équilibre entre divers temps d'apprentissage :

- les temps de recherche, d'activité, de manipulation ;
- les temps de dialogue et d'échange, de verbalisation ;
- les temps de cours, où le professeur expose avec précision, présente certaines démonstrations et permet aux élèves d'accéder à l'abstraction ;
- les temps où sont présentés et discutés des exemples, pour vérifier la bonne compréhension de tous les élèves ;
- les exercices et problèmes, allant progressivement de l'application la plus directe au thème d'étude ;
- les rituels, afin de consolider les connaissances et les méthodes.

Organisation du programme

Le programme s'organise en cinq grandes parties : « Algèbre », « Analyse », « Géométrie », « Probabilités et statistiques » et « Algorithmique et programmation ». Ce découpage n'est pas un plan de cours et il est essentiel d'exploiter les possibilités d'interaction entre ces parties.

Démontrer est une composante fondamentale de l'activité mathématique. Le programme propose quelques démonstrations exemplaires, que les élèves découvrent selon des

modalités variées : présentation par le professeur, élaboration par les élèves sous la direction du professeur, devoir à la maison…

Le programme propose un certain nombre d'approfondissements possibles, mais en aucun cas obligatoires. Ils permettent une différentiation pédagogique.

Il peut être judicieux d'éclairer le cours par des éléments de contextualisation d'ordre historique, épistémologique ou culturel. L'histoire peut aussi être envisagée comme une source féconde de problèmes clarifiant le sens de certaines notions. Les items « Histoire des mathématiques » identifient quelques possibilités en ce sens. Pour les étayer, le professeur pourra, s'il le désire, s'appuyer sur l'étude de textes historiques.

Programme

Algèbre

- **Objectifs**

En classe de première, les suites sont présentées d'un point de vue principalement algébrique. L'objectif est que l'élève soit confronté à des systèmes discrets pour lesquels les suites numériques apparaissent comme modélisation adaptée. C'est aussi l'occasion d'aborder le concept de définition par récurrence.

L'élève rencontre différents modes de génération de suites :

- par une formule explicite $u_n = f(n)$;
- par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$;
- par des motifs géométriques ou combinatoires, par exemple suite de nombres figurés, suite décrivant le nombre d'éléments dans une configuration dépendant d'un entier naturel.

Les suites arithmétiques et géométriques sont formalisées. D'autres types simples peuvent être abordés, mais aucune connaissance spécifique à leur sujet n'est au programme.

Dans tous les cas, on peut s'intéresser au passage d'un mode de génération à un autre, et notamment à la recherche d'une formule explicite pour une suite définie d'une autre façon.

Les suites interviennent comme modélisations d'évolutions à temps discret rencontrées dans les autres disciplines : évolution ou actualisation d'un capital, évolution d'une population, décroissance radioactive. C'est l'occasion de réactiver le travail sur l'information chiffrée fait en classe de seconde, notamment sur le taux d'évolution. L'élève doit automatiser le fait qu'une évolution à taux fixe est modélisée par une suite géométrique et percevoir l'intérêt de considérer le rapport de deux termes consécutifs. Lors de l'étude ultérieure de la fonction exponentielle, on réactive le travail sur les suites géométriques en mettant en parallèle évolution géométrique à temps discret et évolution exponentielle à temps continu.

L'étude des suites est l'occasion d'une sensibilisation à l'idée de limite. Toute formalisation est exclue, mais sur des exemples, on s'attachera à en développer une intuition en s'appuyant sur des calculs numériques, des algorithmes de recherche de seuil.

L'étude des fonctions polynômes du second degré réactive les connaissances acquises en seconde (fonction carré, identités remarquables) qu'elle permet de consolider. Il est important de diversifier les registres (algébrique, graphique) et de mettre en valeur les interactions avec l'ensemble du programme : problèmes variés, notamment d'origine géométrique, se ramenant à une équation du second degré ou à l'étude d'une fonction polynôme du second degré (optimisation, variations).



On illustre avec les fonctions polynômes du second degré des notions générales sur les fonctions (taux de variation, calcul de la fonction dérivée, position du graphe de $x \mapsto f(x - m)$) et on fait le lien avec la variance en probabilités et statistique.

Les élèves doivent savoir qu'une fonction polynôme du second degré admet une forme canonique, et être capables de la déterminer dans des cas simples à l'aide de l'identité $x^2 + 2ax = (x + a)^2 - a^2$ (méthode de complétion du carré). Le calcul effectif de la forme canonique dans le cas général n'est pas un attendu du programme.

Les élèves sont entraînés à reconnaître et pratiquer la factorisation directe dans les cas qui s'y prêtent : racines apparentes, coefficient de x nul, racines entières détectées par calcul mental à partir de leur somme et de leur produit.

- **Histoire des mathématiques**

Bien avant de faire l'objet d'une étude formalisée, les suites apparaissent dans deux types de situations :

- approximation de nombres réels (encadrement de π par Archimède, calcul de la racine carrée chez Héron d'Alexandrie) ;
- problèmes de comptage (les lapins de Fibonacci…).

Les problèmes décrits dans les livres de Fibonacci, ou chez les savants arabes qui le précèdent, se modélisent avec des suites. Oresme calcule des sommes de termes de suites géométriques au XIVe siècle.

On trouve chez Diophante, puis chez Al-Khwârizmî, des méthodes de résolutions d'équations du second degré. Le travail novateur d'Al-Khwârizmî reste en partie tributaire de la tradition (utilisation de considérations géométriques équivalentes à la forme canonique) et de l'état alors embryonnaire de la notation algébrique, ainsi que de l'absence des nombres négatifs. Les méthodes actuelles sont un aboutissement de ce long cheminement vers un formalisme efficace et concis.

- **Suites numériques, modèles discrets**

Contenus

- Exemples de modes de génération d'une suite : explicite $u_n = f(n)$, par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$, par un algorithme, par des motifs géométriques. Notations : $u(n)$, u_n, $(u(n))$, (u_n).
- Suites arithmétiques : exemples, définition, calcul du terme général. Lien avec l'étude d'évolutions successives à accroissements constants. Lien avec les fonctions affines. Calcul de $1 + 2 + \ldots + n$.
- Suites géométriques : exemples, définition, calcul du terme général. Lien avec l'étude d'évolutions successives à taux constant. Lien avec la fonction exponentielle. Calcul de $1 + q + \ldots + q^n$.
- Sens de variation d'une suite.
- Sur des exemples, introduction intuitive de la notion de limite, finie ou infinie, d'une suite.

Capacités attendues

- Dans le cadre de l'étude d'une suite, utiliser le registre de la langue naturelle, le registre algébrique, le registre graphique, et passer de l'un à l'autre.
- Proposer, modéliser une situation permettant de générer une suite de nombres. Déterminer une relation explicite ou une relation de récurrence pour une suite définie par un motif géométrique, par une question de dénombrement.
- Calculer des termes d'une suite définie explicitement, par récurrence ou par un algorithme.

- Pour une suite arithmétique ou géométrique, calculer le terme général, la somme de termes consécutifs, déterminer le sens de variation.
- Modéliser un phénomène discret à croissance linéaire par une suite arithmétique, un phénomène discret à croissance exponentielle par une suite géométrique.
- Conjecturer, dans des cas simples, la limite éventuelle d'une suite.

Démonstrations

- Calcul du terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.
- Calcul de $1 + 2 + \ldots + n$.
- Calcul de $1 + q + \ldots + q^n$.

Exemples d'algorithme

- Calcul de termes d'une suite, de sommes de termes, de seuil.
- Calcul de factorielle.
- Liste des premiers termes d'une suite : suites de Syracuse, suite de Fibonacci.

Approfondissements possibles

- Tour de Hanoï.
- Somme des n premiers carrés, des n premiers cubes.
- Remboursement d'un emprunt par annuités constantes.

• Équations, fonctions polynômes du second degré

Contenus

- Fonction polynôme du second degré donnée sous forme factorisée. Racines, signe, expression de la somme et du produit des racines.
- Forme canonique d'une fonction polynôme du second degré. Discriminant. Factorisation éventuelle. Résolution d'une équation du second degré. Signe.

Capacités attendues

- Étudier le signe d'une fonction polynôme du second degré donnée sous forme factorisée.
- Déterminer les fonctions polynômes du second degré s'annulant en deux nombres réels distincts.
- Factoriser une fonction polynôme du second degré, en diversifiant les stratégies : racine évidente, détection des racines par leur somme et leur produit, identité remarquable, application des formules générales.
- Choisir une forme adaptée (développée réduite, canonique, factorisée) d'une fonction polynôme du second degré dans le cadre de la résolution d'un problème (équation, inéquation, optimisation, variations).

Démonstration

- Résolution de l'équation du second degré.

Approfondissements possibles

- Factorisation d'un polynôme du troisième degré admettant une racine et résolution de l'équation associée.
- Factorisation de $x^n - 1$ par $x - 1$, de $x^n - a^n$ par $x - a$.
- Déterminer deux nombres réels connaissant leur somme s et leur produit p comme racines de la fonction polynôme $x \mapsto x^2 - sx + p$.

Analyse

- **Objectifs**

Deux points fondamentaux du programme de première sont ici étudiés : le concept de dérivée, avec ses applications à l'étude des fonctions, et la fonction exponentielle.

L'étude de la dérivation distingue le point de vue local (nombre dérivé) et le point de vue global (fonction dérivée). Les fonctions étudiées sont toutes régulières et le nombre dérivé est introduit à partir de la perception intuitive de la limite du taux de variation. On n'en donne pas de définition formelle, mais on s'appuie sur :

- des représentations graphiques fournies par les outils logiciels (calculatrice, tableur, logiciel de géométrie dynamique) ;
- le calcul algébrique du taux de variation dans des cas qui s'y prêtent : fonctions du second degré, fonction inverse ;
- le calcul numérique d'expressions $f(a + h) - f(a)$, où h prend des valeurs proches de 0, faisant apparaître une approximation linéaire, par exemple avec $a = 1$ et f étant une des fonctions carré, inverse, racine carrée.

Il est intéressant d'exploiter ces divers registres dans l'étude d'un même nombre dérivé.

Taux de variation et nombre dérivé gagnent à être illustrés dans des contextes variés :

- en géométrie, ils représentent la pente d'une sécante et la pente d'une tangente ;
- en cinématique, on peut interpréter un taux de variation comme une vitesse moyenne et un nombre dérivé comme une vitesse instantanée ;
- dans un cadre économique, le nombre dérivé est relié au coût marginal.

Compte tenu de son importance en mathématiques et dans de nombreux champs disciplinaires, et de ses interactions avec le concept de dérivée, le programme prévoit l'étude de la fonction exponentielle. On donnera des exemples d'utilisation dans les autres disciplines (calculs d'intérêts, dilution d'une solution, décroissance radioactive). En liaison avec les suites géométriques, c'est aussi l'occasion de proposer des modélisations discrètes ou continues de phénomènes d'évolution.

Les fonctions trigonométriques font l'objet d'une première approche, d'un point de vue principalement graphique, en lien avec les autres disciplines scientifiques. C'est aussi l'occasion de rencontrer la notion de fonction périodique, également utile dans les sciences sociales (variations saisonnières).

En liaison avec les autres disciplines, on peut signaler et utiliser la notation $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ pour un taux de variation et $\frac{dy}{dx}$ pour une dérivée ; si $y = f(x)$, on peut ainsi écrire $\frac{dy}{dx} = f'(x)$, en adaptant selon le contexte : $x = f(t)$, $q = f(t)$…

- **Histoire des mathématiques**

Le calcul différentiel s'est imposé par sa capacité à donner des solutions simples à des problèmes nombreux d'origines variées (cinématique, mécanique, géométrie, optimisation).

Le développement d'un calcul des variations chez Leibniz et Newton se fonde sur l'hypothèse que les phénomènes naturels évoluent linéairement quand on leur applique des petites variations. Leurs approches partent de notions intuitives mais floues d'infiniment petit. Ce n'est que très progressivement que les notions de limites et de différentielles, qui en fondent l'exposé actuel, ont été clarifiées au XIXe siècle.

La notation exponentielle et les fonctions exponentielles apparaissent vers la fin du XVIIe siècle, procédant d'une volonté de traiter des phénomènes de croissance comparables à

ceux des intérêts composés. La modélisation de ces situations fait naturellement apparaître la caractérisation de la fonction exponentielle comme seule fonction vérifiant l'équation différentielle $y' = y$ et la condition initiale $y(0) = 1$.

La trigonométrie a été utilisée chez les Anciens dans des problèmes de natures diverses (géométrie, géographie, astronomie). Elle est à l'époque fondée sur la fonction corde, d'un maniement bien moins facile que les fonctions sinus et cosinus de la présentation actuelle.

- **Dérivation**

Contenus

Point de vue local

- Taux de variation. Sécantes à la courbe représentative d'une fonction en un point donné.
- Nombre dérivé d'une fonction en un point, comme limite du taux de variation. Notation $f'(a)$.
- Tangente à la courbe représentative d'une fonction en un point, comme « limite des sécantes ». Pente. Équation : la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a est la droite d'équation $y = f(a) + f'(a)(x - a)$.

Point de vue global

- Fonction dérivable sur un intervalle. Fonction dérivée.
- Fonction dérivée des fonctions carré, cube, inverse, racine carrée.
- Opérations sur les fonctions dérivables : somme, produit, inverse, quotient, fonction dérivée de $x \mapsto g(ax + b)$
- Pour n dans $\mathbb{Z}$, fonction dérivée de la fonction $x \mapsto x^n$.
- Fonction valeur absolue : courbe représentative, étude de la dérivabilité en 0.

Capacités attendues

- Calculer un taux de variation, la pente d'une sécante.
- Interpréter le nombre dérivé en contexte : pente d'une tangente, vitesse instantanée, coût marginal…
- Déterminer graphiquement un nombre dérivé par la pente de la tangente. Construire la tangente en un point à une courbe représentative connaissant le nombre dérivé.
- Déterminer l'équation de la tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction.
- À partir de la définition, calculer le nombre dérivé en un point ou la fonction dérivée de la fonction carré, de la fonction inverse.
- Dans des cas simples, calculer une fonction dérivée en utilisant les propriétés des opérations sur les fonctions dérivables.

Démonstrations

- Équation de la tangente en un point à une courbe représentative.
- La fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0.
- Fonction dérivée de la fonction carrée, de la fonction inverse.
- Fonction dérivée d'un produit.

Exemple d'algorithme

- Écrire la liste des coefficients directeurs des sécantes pour un pas donné.

- ## Variations et courbes représentatives des fonctions

Contenus

- Lien entre le sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle et signe de sa fonction dérivée ; caractérisation des fonctions constantes.
- Nombre dérivé en un extremum, tangente à la courbe représentative.

Capacités attendues

- Étudier les variations d'une fonction. Déterminer les extremums.
- Résoudre un problème d'optimisation.
- Exploiter les variations d'une fonction pour établir une inégalité. Étudier la position relative de deux courbes représentatives.
- Étudier, en lien avec la dérivation, une fonction polynôme du second degré : variations, extremum, allure selon le signe du coefficient de x^2.

Exemple d'algorithme

- Méthode de Newton, en se limitant à des cas favorables.

- ## Fonction exponentielle

Contenus

- Définition de la fonction exponentielle, comme unique fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ vérifiant $f' = f$ et $f(0) = 1$. L'existence et l'unicité sont admises. Notation $\exp(x)$.
- Pour tous réels x et y, $\exp(x + y) = \exp(x)\exp(y)$ et $\exp(x)\exp(-x) = 1$. Nombre e. Notation e^x.
- Pour tout réel a, la suite (e^{na}) est une suite géométrique.
- Signe, sens de variation et courbe représentative de la fonction exponentielle.

Capacités attendues

- Transformer une expression en utilisant les propriétés algébriques de la fonction exponentielle.
- Pour une valeur numérique strictement positive de k, représenter graphiquement les fonctions $t \mapsto e^{-kt}$ et $t \mapsto e^{kt}$.
- Modéliser une situation par une croissance, une décroissance exponentielle (par exemple évolution d'un capital à taux fixe, décroissance radioactive).

Exemple d'algorithme

- Construction de l'exponentielle par la méthode d'Euler. Détermination d'une valeur approchée de e à l'aide de la suite $((1+\frac{1}{n})^n)$.

Approfondissements possibles

- Unicité d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.
- Pour tous réels x et y, $\exp(x + y) = \exp(x)\exp(y)$.
- La fonction exponentielle est strictement positive et croissante.

- ## Fonctions trigonométriques

Contenus

- Cercle trigonométrique. Longueur d'arc. Radian.
- Enroulement de la droite sur le cercle trigonométrique. Image d'un nombre réel.
- Cosinus et sinus d'un nombre réel. Lien avec le sinus et le cosinus dans un triangle rectangle. Valeurs remarquables.
- Fonctions cosinus et sinus. Parité, périodicité. Courbes représentatives.

Capacités attendues

– Placer un point sur le cercle trigonométrique.
– Lier la représentation graphique des fonctions cosinus et sinus et le cercle trigonométrique.
– Traduire graphiquement la parité et la périodicité des fonctions trigonométriques.
– Par lecture du cercle trigonométrique, déterminer, pour des valeurs remarquables de *x*, les cosinus et sinus d'angles associés à *x*.

Démonstration

– Calcul de $\sin\frac{\pi}{4}$, $\cos\frac{\pi}{3}$, $\sin\frac{\pi}{3}$.

Exemple d'algorithme

– Approximation de π par la méthode d'Archimède.

Géométrie

• Objectifs

L'étude de la géométrie plane menée au collège et en seconde a familiarisé les élèves à la géométrie de configuration, au calcul vectoriel et à la géométrie repérée.

En première, on poursuit l'étude de la géométrie plane en introduisant de nouveaux outils. L'enseignement est organisé autour des objectifs suivants :

– donner de nouveaux outils efficaces en vue de la résolution de problèmes géométriques, du point de vue métrique (produit scalaire) ;
– enrichir la géométrie repérée de manière à pouvoir traiter des problèmes faisant intervenir l'orthogonalité.

Les élèves doivent conserver une pratique du calcul vectoriel en géométrie non repérée.

• Histoire des mathématiques

La notion de vecteur était implicite en mécanique depuis Galilée mais a mis longtemps à prendre sa forme actuelle. On observe un lien entre analyse et géométrie en étudiant la façon dont la notion de vecteur apparait chez Leibniz au cours de ses recherches sur l'élaboration d'un calcul des variations. Le XIXe siècle voit l'élaboration conjointe de ce qui deviendra le produit scalaire et de la notion de travail en physique.

Le calcul vectoriel et le produit scalaire permettent une approche de la géométrie différente de celle des Anciens, sans doute puissante, avec l'avantage de combiner vision géométrique et calcul.

Les cercles font partie des plus vieux objets mathématiques. La caractérisation du cercle de diamètre *AB* comme ensemble des points *M* tels que le triangle *AMB* soit rectangle en *M* semble remonter à Thalès. Mais ce n'est qu'au XVIIe siècle que Descartes élabore la méthode des coordonnées et écrit l'équation d'un cercle en repère orthonormé.

• Calcul vectoriel et produit scalaire

Contenus

– Produit scalaire à partir de la projection orthogonale et de la formule avec le cosinus. Caractérisation de l'orthogonalité.
– Bilinéarité, symétrie. En base orthonormée, expression du produit scalaire et de la norme, critère d'orthogonalité.
– Développement de $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2$. Formule d'Al-Kashi.
– Transformation de l'expression $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$.

Capacités attendues

- Utiliser le produit scalaire pour démontrer une orthogonalité, pour calculer un angle, une longueur dans le plan ou dans l'espace.
- En vue de la résolution d'un problème, calculer le produit scalaire de deux vecteurs en choisissant une méthode adaptée (en utilisant la projection orthogonale, à l'aide des coordonnées, à l'aide des normes et d'un angle, à l'aide de normes).
- Utiliser le produit scalaire pour résoudre un problème géométrique.

Démonstrations

- Formule d'Al-Kashi (démonstration avec le produit scalaire).
- Ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ (démonstration avec le produit scalaire).

Approfondissements possibles

- Loi des sinus.
- Droite d'Euler d'un triangle.
- Les médianes d'un triangle concourent au centre de gravité.

- **Géométrie repérée**

Dans cette section, le plan est rapporté à un repère orthonormé.

Contenus

- Vecteur normal à une droite. Le vecteur de coordonnées (a,b) est normal à la droite d'équation $ax + by + c = 0$. Le vecteur $(-b,a)$ en est un vecteur directeur.
- Équation de cercle.
- Parabole représentative d'une fonction polynôme du second degré. Axe de symétrie, sommet.

Capacités attendues

- Déterminer une équation cartésienne d'une droite connaissant un point et un vecteur normal.
- Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite.
- Déterminer et utiliser l'équation d'un cercle donné par son centre et son rayon.
- Reconnaître une équation de cercle, déterminer centre et rayon.
- Déterminer l'axe de symétrie et le sommet d'une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$.
- Utiliser un repère pour étudier une configuration.

Approfondissements possibles

- Recherche de l'ensemble des points équidistants de l'axe des abscisses et d'un point donné.
- Déterminer l'intersection d'un cercle ou d'une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ avec une droite parallèle à un axe.

Probabilités et statistiques

- **Objectifs**

L'enseignement dispensé en classe de seconde a abordé le modèle probabiliste, dans le cas d'un univers fini. En première, on développe l'étude de ce modèle. L'enseignement s'organise autour des buts suivants :

- introduire la notion de probabilité conditionnelle, sous-jacente dans toute modélisation probabiliste, et mettre en évidence la problématique de l'inversion des conditionnements ;

- formaliser la notion d'indépendance ;
- introduire la notion de variable aléatoire, en lien étroit avec les applications des probabilités ;
- introduire les notions d'espérance, de variance et d'écart type d'une variable aléatoire.

Comme en seconde, on distingue nettement modèle et réalité. Ainsi, une hypothèse d'indépendance fait partie d'un modèle : elle peut être un point de départ théorique ou être la conséquence d'autres hypothèses théoriques. Lorsque le modèle est appliqué à une situation réelle (par exemple, lancer de deux dés physiques), l'indépendance fait partie de la modélisation et résulte de l'analyse de la situation physique.

Les notions de statistique descriptive vues en seconde sont articulées avec le cours de probabilités. Une population statistique peut être étudiée d'un point de vue probabiliste en considérant l'expérience aléatoire de tirage au sort avec équiprobabilité dans la population. Un lien est ainsi fait entre des notions statistiques (sous-population, proportion, moyenne, écart type) et les notions probabilistes analogues (événement, probabilité, espérance, écart type). La notion de fréquence conditionnelle ne fait pas l'objet d'une étude, mais on donne des situations de calcul de probabilité conditionnelle à partir d'un tableau croisé d'effectifs. Les arbres pondérés sont introduits à partir des arbres de dénombrements vus en seconde.

- **Histoire des mathématiques**

Les probabilités conditionnelles peuvent être l'objet d'un travail historique en anglais ; elles apparaissent en effet dans des travaux de Bayes et de Moivre, écrits en anglais au XVIIIe siècle, même si c'est Laplace qui en a élaboré la notion. Les questions traitées par ces auteurs peuvent parfois surprendre (exemple : quelle est la probabilité que le soleil se lève demain, sachant qu'il s'est levé depuis le commencement du monde ?) ; néanmoins, les probabilités conditionnelles sont omniprésentes dans la vie courante et leur utilisation inappropriée mène facilement à de fausses affirmations.

L'histoire des probabilités contribue à la réflexion sur la codification d'une théorie scientifique. On peut considérer que les origines du « calcul des probabilités » remontent au XVIIe siècle. Pascal, Huygens, Moivre, Bernoulli, Euler, d'Alembert appliquent les notions de variable aléatoire et d'espérance à des problèmes issus de questions liées aux jeux, aux assurances et à l'astronomie.

Ce n'est que vers 1930 que la description actuelle, en termes d'univers, s'est imposée. Elle permet une formalisation souple dans laquelle l'univers joue le rôle de « source d'aléas ».

La notion de variable aléatoire, présente sans définition précise depuis l'origine de la discipline, apparaît alors comme une fonction définie sur l'univers.

- **Probabilités conditionnelles et indépendance**

Contenus

- Probabilité conditionnelle d'un événement *B* sachant un événement *A* de probabilité non nulle. Notation $P_A(B)$. Indépendance de deux événements.
- Arbres pondérés et calcul de probabilités : règle du produit, de la somme.
- Partition de l'univers (systèmes complets d'événements). Formule des probabilités totales.
- Succession de deux épreuves indépendantes. Représentation par un arbre ou un tableau.

Capacités attendues

- Construire un arbre pondéré ou un tableau en lien avec une situation donnée. Passer du registre de la langue naturelle au registre symbolique et inversement.
- Utiliser un arbre pondéré ou un tableau pour calculer une probabilité.
- Calculer des probabilités conditionnelles lorsque les événements sont présentés sous forme de tableau croisé d'effectifs (tirage au sort avec équiprobabilité d'un individu dans une population).
- Dans des cas simples, calculer une probabilité à l'aide de la formule des probabilités totales.
- Distinguer en situation $P_A(B)$ et $P_B(A)$, par exemple dans des situations de type « faux positifs ».
- Représenter une répétition de deux épreuves indépendantes par un arbre ou un tableau.

Exemple d'algorithme

- Méthode de Monte-Carlo : estimation de l'aire sous la parabole, estimation du nombre π.

Approfondissements possibles

- Exemples de succession de plusieurs épreuves indépendantes.
- Exemples de marches aléatoires.

- **Variables aléatoires réelles**

Le programme ne considère que des univers finis et des variables aléatoires réelles.

L'objectif est simultanément de développer une intuition autour de l'idée de nombre dépendant du hasard et de formaliser la notion mathématique de variable aléatoire comme fonction numérique définie sur un univers, permettant d'affecter des probabilités aux valeurs possibles de la variable.

Contenus

- Variable aléatoire réelle : modélisation du résultat numérique d'une expérience aléatoire ; formalisation comme fonction définie sur l'univers et à valeurs réelles.
- Loi d'une variable aléatoire.
- Espérance, variance, écart type d'une variable aléatoire.

Capacités attendues

- Interpréter en situation et utiliser les notations $\{X = a\}$, $\{X \leqslant a\}$, $P(X = a)$, $P(X \leqslant a)$. Passer du registre de la langue naturelle au registre symbolique et inversement.
- Modéliser une situation à l'aide d'une variable aléatoire.
- Déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire.
- Calculer une espérance, une variance, un écart type.
- Utiliser la notion d'espérance dans une résolution de problème (mise pour un jeu équitable…).

Exemples d'algorithmes

- Algorithme renvoyant l'espérance, la variance ou l'écart type d'une variable aléatoire.
- Fréquence d'apparition des lettres d'un texte donné, en français, en anglais.

Approfondissements possibles

- Formule de König-Huygens.
- Pour X variable aléatoire, étude de la fonction du second degré $x \mapsto E((X - x)^2)$.



Expérimentations

Le travail expérimental de simulation d'échantillons prolonge celui entrepris en seconde. L'objectif est de faire percevoir le principe de l'estimation de l'espérance d'une variable aléatoire, ou de la moyenne d'une variable statistique dans une population, par une moyenne observée sur un échantillon.

- Simuler une variable aléatoire avec Python.
- Lire, comprendre et écrire une fonction Python renvoyant la moyenne d'un échantillon de taille n d'une variable aléatoire.
- Étudier sur des exemples la distance entre la moyenne d'un échantillon simulé de taille n d'une variable aléatoire et l'espérance de cette variable aléatoire.
- Simuler, avec Python ou un tableur, N échantillons de taille n d'une variable aléatoire, d'espérance μ et d'écart type σ. Si m désigne la moyenne d'un échantillon, calculer la proportion des cas où l'écart entre m et μ est inférieur ou égal à $2\sigma / \sqrt{n}$.

Algorithmique et programmation

La démarche algorithmique est, depuis les origines, une composante essentielle de l'activité mathématique. Au collège, en mathématiques et en technologie, les élèves ont appris à écrire, mettre au point et exécuter un programme simple. La classe de seconde a permis de consolider les acquis du cycle 4 autour de deux idées essentielles :

- la notion de fonction ;
- la programmation comme production d'un texte dans un langage informatique.

L'enseignement de spécialité de mathématiques de classe de première vise la consolidation des notions de variable, d'instruction conditionnelle et de boucle ainsi que l'utilisation des fonctions. La seule notion nouvelle est celle de liste qui trouve naturellement sa place dans de nombreuses parties du programme et aide à la compréhension de notions mathématiques telles que les suites numériques, les tableaux de valeurs, les séries statistiques…

Comme en classe de seconde, les algorithmes peuvent être écrits en langage naturel ou utiliser le langage Python.

Les notions relatives aux types de variables et à l'affectation sont consolidées. Comme en classe de seconde, on utilise le symbole « ← » pour désigner l'affection dans un algorithme écrit en langage naturel.

L'accent est mis sur la programmation modulaire qui permet de découper une tâche complexe en tâches plus simples.

• Histoire des mathématiques

De nombreux textes témoignent d'une préoccupation algorithmique au long de l'Histoire. Lorsqu'un texte historique a une visée algorithmique, transformer les méthodes qu'il présente en un algorithme, voire en un programme, ou inversement, est l'occasion de travailler des changements de registre qui donnent du sens au formalisme mathématique.

• Notion de liste

La génération des listes en compréhension et en extension est mise en lien avec la notion d'ensemble. Les conditions apparaissant dans les listes définies en compréhension permettent de travailler la logique. Afin d'éviter des confusions, on se limite aux listes sans présenter d'autres types de collections.

Capacités attendues

- Générer une liste (en extension, par ajouts successifs ou en compréhension).
- Manipuler des éléments d'une liste (ajouter, supprimer…) et leurs indices.
- Parcourir une liste.
- Itérer sur les éléments d'une liste.

Vocabulaire ensembliste et logique

L'apprentissage des notations mathématiques et de la logique est transversal à tous les chapitres du programme. Aussi, il importe d'y travailler d'abord dans des contextes où ils se présentent naturellement, puis de prévoir des temps où les concepts et types de raisonnement sont étudiés, après avoir été rencontrés plusieurs fois en situation.

Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants : $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$ ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles. Ils rencontrent également la notion de couple et celle de produit cartésien de deux ensembles.

Pour le complémentaire d'un sous-ensemble A de E, on utilise la notation $\bar{A}$ des probabilités, ou la notation $E \setminus A$.

Les élèves apprennent en situation à :

- lire et écrire des propositions contenant les connecteurs logiques « et », « ou » ;
- mobiliser un contre-exemple pour montrer qu'une proposition est fausse ;
- formuler une implication, une équivalence logique, et à les mobiliser dans un raisonnement simple ;
- formuler la réciproque d'une implication ;
- employer les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;
- identifier le statut des égalités (identité, équation) et celui des lettres utilisées (variable, inconnue, paramètre) ;
- utiliser les quantificateurs (les symboles $\forall$ et $\exists$ ne sont pas exigibles) et repérer les quantifications implicites dans certaines propositions, particulièrement dans les propositions conditionnelles ;
- formuler la négation de propositions quantifiées.

Par ailleurs, les élèves produisent des raisonnements par disjonction des cas, par l'absurde, par contraposée, et en découvrent la structure.

Annexe

Programme de mathématiques de première technologique, séries STD2A, STHR, STI2D, STL, STMG et ST2S

Sommaire



Préambule

Intentions majeures

Le programme de mathématiques commun à tous les élèves des classes de première de la voie technologique est conçu avec les intentions suivantes :

- permettre à chaque élève de consolider et d'élargir les acquis du collège et de la classe de seconde afin de poursuivre l'acquisition d'une culture mathématique nécessaire pour évoluer dans un environnement numérique où les données et les graphiques sont omniprésents ;
- développer une image positive des mathématiques et permettre à chaque élève de faire l'expérience personnelle des démarches qui leur sont propres afin d'en appréhender la pertinence et l'efficacité ;
- assurer les bases mathématiques nécessaires aux autres disciplines enseignées et développer des aptitudes intellectuelles indispensables à la réussite d'études supérieures, quelle que soit la spécialité technologique retenue ;
- prendre en compte les spécificités des séries tertiaires et industrielles qui se traduisent par des finalités d'apprentissage différentes.

Lignes directrices pour l'enseignement

• Attitudes développées

L'enseignement des mathématiques participe à la formation générale des élèves en contribuant au développement d'attitudes propices à la poursuite d'études. Parmi elles, peuvent notamment être mentionnés, la persévérance dans la recherche d'une solution, l'esprit critique, le souci d'argumenter sa pensée par un raisonnement logique, la qualité d'expression écrite et orale, l'esprit de collaboration dans un travail d'équipe…

La résolution d'exercices et de problèmes, individuellement ou en groupe, l'organisation de réflexions et d'échanges scientifiques pour valider un résultat ou une méthode sont des occasions fécondes pour développer ces attitudes indispensables à la formation de chaque individu dans ses dimensions personnelle et professionnelle, sans omettre la responsabilité du citoyen.

• Développement des six compétences mathématiques et de l'aptitude à l'abstraction

L'activité mathématique contribue à développer les six compétences mentionnées ci-dessous :

- **chercher,** expérimenter, émettre des conjectures ;
- **modéliser**, réaliser des simulations numériques d'un modèle, valider ou invalider un modèle ;
- **représenter**, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique...), changer de registre (algébrique, graphique…) ;
- **raisonner**, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
- **calculer**, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes ;
- **communiquer** un résultat par oral ou par écrit, expliquer une démarche.

Ces compétences sont plus ou moins mobilisées selon les activités proposées aux élèves et il convient de diversifier les situations afin de les développer toutes. Au-delà de ces compétences disciplinaires, l'enseignement des mathématiques contribue à développer des aptitudes transversales, notamment l'abstraction, qui sont essentielles pour la poursuite d'études supérieures.



• Diversité de l'activité mathématique

La mise en œuvre du programme permet aux élèves d'acquérir des connaissances, des méthodes et des démarches spécifiques. En lien avec les contenus étudiés, elles sont mobilisées et articulées les unes aux autres dans des activités riches et variées où le sens des concepts et les techniques liées à leur application sont régulièrement mis en relation, chacun venant éclairer et consolider l'autre. La diversité des activités concerne aussi bien les contextes (internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines) que les types de tâches proposées : « questions flash » pour favoriser l'acquisition d'automatismes, exercices d'application et d'entraînement pour stabiliser et consolider les connaissances, exercices et problèmes favorisant les prises d'initiatives, mises au point collectives d'une solution, productions d'écrits individuels ou collectifs…

Les modalités d'évaluation prennent également des formes variées, en adéquation avec les objectifs poursuivis. L'aptitude à mobiliser l'outil informatique dans le cadre de la résolution de problèmes doit tout particulièrement être évaluée.

Le passage à l'abstraction mathématique peut présenter des difficultés pour certains élèves. Il importe donc de veiller au caractère progressif et actif des apprentissages. Les nouveaux concepts gagnent à être introduits par un questionnement ou un problème qui conduit à des conjectures et donne sens à leur formalisation abstraite. Le recours à des logiciels de calcul, de géométrie dynamique ou la pratique de la programmation facilitent cette approche inductive. Pour assurer la stabilité et la pérennité des apprentissages, les concepts sont ensuite mis en œuvre dans des exercices et des problèmes qui permettent de les consolider et d'en montrer la portée.

Au-delà du cours de mathématiques, l'élève consolide sa compréhension des notions enseignées en les mobilisant dans des situations issues des autres disciplines de sa filière. Le professeur de mathématiques est invité à travailler avec les professeurs des disciplines concernées pour identifier des situations propices à la contextualisation de son enseignement et pour harmoniser les notations et le vocabulaire. Cela favorise les articulations, facilite les transferts et renforce ainsi les acquis des élèves.

Le professeur veille à montrer que les mathématiques sont vivantes et en perpétuelle évolution, qu'elles s'inscrivent dans un cadre historique mais aussi dans la société actuelle. Il s'agit par exemple :

- d'insérer des éléments d'histoire des mathématiques, des sciences et des techniques, en classe de mathématiques ;
- de présenter des faits d'actualité liés aux mathématiques (médaille Fields, évocation de mathématiciennes et mathématiciens contemporains, présentation vulgarisée de découvertes importantes…) ;
- de faire connaître des métiers et des études supérieures où les mathématiques sont utilisées, en veillant à déconstruire les stéréotypes de genre.

• Activités algorithmiques et numériques

Le développement d'un mode de pensée numérique est aujourd'hui constitutif de la formation mathématique. Il ne s'agit plus seulement d'utiliser des outils numériques (calculatrices, logiciels de géométrie…) pour l'enseignement mais d'intégrer à l'enseignement des mathématiques une composante informatique qui recouvre l'algorithmique, la programmation et la pratique du tableur.

Cette dimension s'inscrit de manière transversale dans le cours de mathématiques et repose sur la connaissance d'un nombre limité d'éléments de syntaxe et de fonctions spécifiques à l'outil utilisé (langage Python, tableur). Cela suppose, d'une part, un enseignement explicite par le professeur, d'autre part, une pratique effective et régulière des élèves.

Tout au long du cycle terminal, les élèves sont amenés à :

- écrire une fonction simple en langage Python ;
- interpréter un algorithme donné ;
- compléter, améliorer ou corriger un programme informatique ;
- traduire un algorithme en langage naturel ou en langage Python ;
- décomposer un programme en fonctions ;
- organiser une feuille de calcul.

Parallèlement, l'utilisation de logiciels pédagogiques, notamment ceux de géométrie dynamique, enrichit le cours de mathématiques d'illustrations ou de simulations propices à l'appropriation des concepts.

• Résolution de problèmes et automatismes

La résolution de problèmes est centrale dans l'activité mathématique car elle offre un cadre privilégié pour travailler, mobiliser et combiner les six compétences mathématiques tout en développant des aptitudes transversales. Toutefois, pour résoudre des problèmes, il faut être en capacité de prendre des initiatives, d'imaginer des pistes de solution et de s'y engager sans s'égarer. Pour cela, on procède souvent par analogie, en rattachant une situation particulière à une classe plus générale de problèmes ou en adaptant une méthode connue à la situation étudiée. La disponibilité d'esprit nécessaire à ces étapes essentielles suppose des connaissances, des procédures et des stratégies immédiatement mobilisables, c'est-à-dire automatisées. L'acquisition de ces automatismes est favorisée par la mise en place, dans la durée et sous la conduite du professeur, d'activités rituelles. Il ne s'agit pas de réduire les mathématiques à des activités répétitives, mais de permettre un ancrage solide des fondamentaux, afin de pouvoir les mobiliser en situation de résolution de problèmes.

Parallèlement à l'ancrage de notions incontournables, les activités visant l'acquisition d'automatismes fournissent des conditions de réussite rapide et mettent l'élève en confiance pour s'engager dans la résolution de problèmes.

• Place de l'oral

Les étapes de verbalisation et de reformulation jouent un rôle majeur dans l'appropriation des notions mathématiques et la résolution des problèmes. Comme toutes les disciplines, les mathématiques contribuent au développement des compétences orales notamment à travers la pratique de l'argumentation. Celle-ci conduit à préciser sa pensée et à expliciter son raisonnement de manière à convaincre. Elle permet à chacun de faire évoluer sa pensée, jusqu'à la remettre en cause si nécessaire, pour accéder progressivement à la vérité par la preuve. Des situations variées se prêtent à la pratique de l'oral en mathématiques : la reformulation par l'élève d'un énoncé ou d'une démarche, les échanges interactifs lors de la construction du cours, les mises en commun après un temps de recherche, les corrections d'exercices, les travaux de groupe, les exposés individuels ou à plusieurs... L'oral mathématique mobilise à la fois le langage naturel et le langage symbolique dans ses différents registres (graphiques, formules, calculs).

• Trace écrite

Disposer d'une trace de cours claire, explicite et structurée est une aide essentielle à l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, d'appropriation individuelle ou collective, de présentation commentée, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les méthodes et les stratégies étudiées en classe. Explicitant les liens entre les différentes notions ainsi que leurs objectifs, éventuellement enrichie par des exemples ou des schémas, elle constitue pour l'élève une véritable référence vers laquelle il peut se tourner autant que de besoin, tout au long du cycle terminal. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la

mémorisation et le développement de compétences. Le professeur doit avoir le souci de la bonne qualité (mathématique et rédactionnelle) des traces écrites figurant au tableau et dans les cahiers d'élèves. En particulier, il est essentiel de bien distinguer le statut des énoncés (conjecture, définition, propriété - admise ou démontrée -, démonstration, théorème).

• Travail personnel des élèves

Si la classe est le lieu privilégié pour la mise en activité mathématique des élèves, les travaux hors du temps scolaire sont indispensables pour consolider les apprentissages. Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, ces travaux sont essentiels à la formation des élèves. Individuels ou en groupe, évalués à l'écrit ou à l'oral, ces travaux sont conçus de façon à prendre en compte la diversité des élèves et visent la mémorisation, la maîtrise des savoir-faire, le réinvestissement de démarches ou méthodes.

• Cohérence entre l'enseignement de tronc commun et l'enseignement de spécialité « Physique-chimie et mathématiques » des séries STI2D et STL

L'enseignement commun de mathématiques est complété, pour les élèves des séries STI2D et STL, par un enseignement de spécialité intitulé « Physique-chimie et mathématiques ». Il convient pour le professeur de mathématiques d'inscrire ces deux composantes de la formation en cohérence et en résonance afin de bien préparer les élèves aux démarches mathématiques indispensables à la poursuite et à la réussite d'études scientifiques et technologiques. Cela recouvre aussi bien le choix des supports pour la contextualisation des mathématiques ou pour la modélisation du réel que la pratique de raisonnements faisant appel à l'abstraction. Une étroite collaboration s'impose avec le professeur de physique-chimie.

Organisation du programme

Le programme est organisé en trois parties transversales (vocabulaire ensembliste et logique ; algorithmique et programmation ; automatismes) et en deux parties thématiques :

- analyse pour étudier ou modéliser des évolutions ;
- statistiques et probabilités pour traiter et interpréter des données, pour modéliser des phénomènes aléatoires.

Pour la série STD2A, la partie « algorithmique et programmation » est remplacée par une partie « activités géométriques », en raison, d'une part, de la nature spécifique de la spécialité « design et arts appliqués » qui requiert une vision géométrique et, d'autre part, de l'enseignement « outils et langages numériques » qui développe des capacités d'algorithmique et de programmation analogues à celles du programme de mathématiques.

Les parties transversales recensent les capacités attendues qui doivent être travaillées tout au long du cycle terminal, sous forme de rituels ou d'activités intégrées aux enseignements d'analyse et de statistiques et probabilités. Reposant essentiellement sur des notions étudiées dans les classes précédentes, elles ne donnent pas lieu à des chapitres de cours spécifiques mais font cependant l'objet d'un enseignement explicite.

Les parties « analyse » et « statistiques et probabilités » sont organisées en quatre rubriques :

- contenus ;
- capacités attendues ;
- commentaires ;
- situations algorithmiques (sauf pour la série STD2A).

La dernière rubrique (qui ne concerne pas la série STD2A) identifie un nombre limité de situations qui doivent toutes faire l'objet d'un travail spécifique utilisant le langage Python ou le tableur. Le professeur s'attache à proposer ces deux modalités afin qu'en fin d'année les élèves aient acquis les capacités attendues en algorithmique et en programmation.

Programme

Vocabulaire ensembliste et logique

Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants : $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$ ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles.

Pour le complémentaire d'un sous-ensemble A de E, on utilise la notation $\bar{A}$ des probabilités, ou la notation $E \setminus A$ si on souhaite préciser l'ensemble contenant.

Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves s'exercent :

- à utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » ;
- à identifier le statut d'une égalité (identité, équation) et celui de la ou des lettres utilisées (variable, indéterminée, inconnue, paramètre) ;
- à utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
- à distinguer une proposition de sa réciproque ;
- à utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante », « équivalence logique ».

Commentaires

- La construction de conditions logiques en algorithmique à l'aide des opérateurs ET, OU, NON et la création de filtres en analyse de données sont l'occasion de travailler la logique.
- Dans le cours de mathématiques, le professeur est attentif à expliciter la nature des raisonnements conduits (raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde) ainsi que les quantificateurs à l'œuvre, en langage naturel et sans formalisme.

Algorithmique et programmation (sauf série STD2A)

La pratique de l'algorithmique et de la programmation se poursuit au cycle terminal. En continuité avec la classe de seconde, le langage utilisé est Python.

Le programme vise la consolidation des notions de variable, d'instruction conditionnelle et de boucle ainsi que l'utilisation des fonctions. La seule notion nouvelle est celle de liste qui trouve naturellement sa place dans de nombreuses parties du programme et aide à la compréhension de notions mathématiques telles que les suites numériques, les tableaux de valeurs, les séries statistiques...

Capacités attendues

Variables :

- utiliser un générateur de nombres aléatoires entre 0 et 1 pour simuler une loi de Bernoulli de paramètre p ;
- utiliser la notion de compteur ;
- utiliser le principe d'accumulateur pour calculer une somme, un produit.

Fonctions :

- identifier les entrées et les sorties d'une fonction ;
- structurer un programme en ayant recours aux fonctions.

Listes :

– générer une liste (en extension, par ajouts successifs, en compréhension) ;
– manipuler des éléments d'une liste (ajouter, supprimer…) et leurs indices ;
– itérer sur les éléments d'une liste.

Sélection de données :

– traiter un fichier contenant des données réelles pour en extraire de l'information et l'analyser ;
– réaliser un tableau croisé de données sur deux critères à partir de données brutes.

Commentaires

– Les notions relatives aux types de variables et à l'affectation sont consolidées. Comme en classe de seconde, on utilise le symbole « ← » pour désigner l'affectation dans un algorithme écrit en langage naturel.
– L'accent est mis sur la programmation modulaire qui permet de découper une tâche complexe en tâches plus simples.
– La génération des listes en compréhension et en extension est mise en lien avec la notion d'ensemble. Les conditions apparaissant dans les listes définies en compréhension permettent de travailler la logique.
– Afin d'éviter des confusions, il est recommandé de se limiter aux listes sans présenter d'autres types de collections.

Activités géométriques (uniquement pour la série STD2A)

Cette partie du programme vise essentiellement à entretenir une pratique et une vision géométriques en lien avec la spécialité « design et arts appliqués ». Il s'agit moins d'une étude abstraite et académique de la géométrie que d'un dialogue entre observation, analyse et création artistique. Les activités proposées gagnent à être mises en lien avec la partie modélisation 3D de l'enseignement « outils et langages numériques ».

Les quelques notions nouvelles qui figurent au programme sont introduites uniquement en vue d'être mobilisées dans des activités portant sur des situations concrètes et variées : motifs réguliers sur des tissus, rosaces, mosaïques, objets décoratifs, structures architecturales… Le professeur peut aborder d'autres notions si la situation étudiée le nécessite.

• Géométrie plane

Contenus

Figures régulières :

– exemples de polygones réguliers ;
– exemples de frises ou de pavages.

Capacités attendues

– Analyser et construire des polygones réguliers à l'aide d'un motif élémentaire et de transformations du plan.
– Calculer des distances, des angles, des aires et des périmètres associés aux polygones réguliers.
– Créer une figure à partir d'un motif élémentaire par répétition d'une ou de deux transformations simples.
– Analyser une frise ou pavage et en rechercher un motif élémentaire.

Commentaires

- Selon les cas, le motif élémentaire d'une frise ou d'un pavage peut être pris sous la forme d'un triangle rectangle ou isocèle, d'un parallélogramme ou d'un rectangle.
- La classification des types de frises ou de pavages n'est pas un attendu du programme.
- Dans le cadre de raccordements faisant intervenir un arc de cercle, on exploite la notion géométrique de tangente à un cercle.

• Géométrie dans l'espace

Contenus

Repérage :

- coordonnées d'un point dans un repère orthonormal de l'espace ;
- distance entre deux points.

Perspective cavalière :

- projection sur un plan parallèlement à une droite ;
- propriétés conservées (milieux, contacts, rapports de longueurs) et non conservées (longueurs, angles) par une projection parallèle.

Solides :

- cylindres de révolution ;
- sections planes d'un cube ;
- sections planes d'un cylindre de révolution ; ellipses.

Capacités attendues

- Utiliser la représentation en perspective cavalière d'un quadrillage ou d'un cube pour représenter d'autres objets.
- Représenter en perspective ou en vraie grandeur des sections planes.
- Construire des sections planes de cubes et de cylindres de révolution.
- Construire un parallélogramme circonscrit à une ellipse.
- Construire l'image perspective d'un cercle à partir d'un carré circonscrit au cercle.

Automatismes

Cette partie du programme vise à construire et à entretenir des habiletés dans les domaines du calcul, de l'information chiffrée et des représentations graphiques. Il s'agit d'automatiser le recours à des connaissances, des procédures, des méthodes et des stratégies dont l'insuffisante maîtrise fait obstacle à la réussite scolaire en mathématiques et dans les autres disciplines, compromet la réussite d'études supérieures et peut constituer un handicap dans la vie sociale. Plus les élèves sont à l'aise avec ces automatismes, plus ils sont mis en confiance et en réussite dans l'apprentissage des mathématiques. Ce faisant, ils développent également leur esprit critique par une meilleure maîtrise des chiffres et du calcul et une meilleure lecture et compréhension des représentations de données dont les graphiques.

Les capacités attendues énoncées ci-dessous n'ont pas vocation à faire l'objet d'un chapitre d'enseignement spécifique car les notions qui les sous-tendent ont été travaillées dans les classes antérieures. Elles relèvent d'un entraînement régulier sur l'ensemble du cycle terminal, par exemple lors de rituels de début de séance, sous forme de « questions flash » privilégiant l'activité mentale. Les différents thèmes proposés doivent être travaillés tout au long des deux années et la présentation par blocs thématiques ne signifie pas, bien au contraire, qu'il faille les aborder les uns après les autres. Les modalités de mise en œuvre

doivent être variées et prendre appui sur différents supports : à l'oral, à l'écrit, individuellement ou en groupe, utilisant des outils numériques de vidéoprojection, de recensement instantané des réponses...

Capacités attendues

Proportions et pourcentages :

- calculer, appliquer, exprimer une proportion sous différentes formes (décimale, fractionnaire, pourcentage) ;
- calculer la proportion d'une proportion.

Évolutions et variations :

- passer d'une formulation additive (« augmenter de 5 % », respectivement « diminuer de 5 % ») à une formulation multiplicative (« multiplier par 1,05 », respectivement « multiplier par 0,95 ») ;
- appliquer un taux d'évolution pour calculer une valeur finale ou initiale ;
- calculer un taux d'évolution, l'exprimer en pourcentage ;
- interpréter un indice de base 100 ; calculer un indice ; calculer le taux d'évolution entre deux valeurs ;
- calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives ;
- calculer un taux d'évolution réciproque.

Calcul numérique et algébrique :

- effectuer des opérations et des comparaisons entre des fractions simples ;
- effectuer des opérations sur les puissances ;
- passer d'une écriture d'un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, scientifique) ;
- estimer un ordre de grandeur ;
- effectuer des conversions d'unités ;
- résoudre une équation ou une inéquation du premier degré, une équation du type : $x^2 = a$;
- déterminer le signe d'une expression du premier degré, d'une expression factorisée du second degré ;
- isoler une variable dans une égalité ou une inégalité qui en comporte plusieurs sur des exemples internes aux mathématiques ou issus des autres disciplines ;
- effectuer une application numérique d'une formule (notamment pour les formules utilisées dans les autres disciplines) ;
- développer, factoriser, réduire une expression algébrique simple.

Fonctions et représentations :

- déterminer graphiquement des images et des antécédents ;
- résoudre graphiquement une équation, une inéquation du type : $f(x) = k$, $f(x) < k$… ;
- déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations ;
- exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées) ;
- tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur ;
- lire graphiquement l'équation réduite d'une droite ;
- déterminer l'équation réduite d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points.

Représentations graphiques de données chiffrées :
- lire un graphique, un histogramme, un diagramme en barres ou circulaire, un diagramme en boîte ou toute autre représentation (repérer l'origine du repère, les unités de graduations ou les échelles…) ;
- passer du graphique aux données et vice-versa.

Analyse

Le programme d'analyse permet à la fois de conforter l'acquisition de connaissances et de méthodes déjà étudiées (fonctions et problèmes du premier degré, fonctions carré et cube) et d'introduire des notions nouvelles (polynômes de degré 2 ou 3, suites, dérivées). La plupart de ces notions peuvent être présentées à partir de contextes familiers aux élèves (emprunts, placements, coûts, vitesses…) ou de représentations fournies par les outils numériques (calculatrice, tableur, logiciel de géométrie dynamique) avant d'être définies de manière formelle et générale. Cette démarche inductive facilite l'accès progressif à l'abstraction qui est l'un des enjeux de l'enseignement des mathématiques au cycle terminal. La mise en application des modèles d'analyse étudiés, tant dans des situations internes qu'externes aux mathématiques, permet à la fois de consolider les habiletés en calcul, de développer les capacités de raisonnement et d'étudier des systèmes évolutifs de différentes natures.

Cette partie du programme s'organise autour de trois grands axes :
- les suites numériques comme modèles mathématiques d'évolutions discrètes ;
- les fonctions numériques de la variable réelle comme modèles mathématiques d'évolutions continues ;
- la dérivation comme concept mathématique traduisant une évolution instantanée.

• Suites numériques

Contenus

Les suites comme modèles mathématiques d'évolutions discrètes :
- différents modes de génération d'une suite numérique ;
- sens de variation ;
- représentation graphique : nuage de points $(n,u(n))$.

Les suites arithmétiques comme modèles discrets d'évolutions absolues constantes (croissance linéaire) et les suites géométriques (à termes strictement positifs) comme modèles discrets d'évolutions relatives constantes (croissance exponentielle) :
- relation de récurrence ;
- sens de variation ;
- représentation graphique.

Capacités attendues
- Modéliser une situation à l'aide d'une suite.
- Reconnaître si une situation relève d'un modèle discret de croissance linéaire ou exponentielle.
- Calculer un terme de rang donné d'une suite définie par une relation fonctionnelle ou une relation de récurrence.
- Réaliser et exploiter la représentation graphique des termes d'une suite.
- Conjecturer, à partir de sa représentation graphique, la nature arithmétique ou géométrique d'une suite.
- Démontrer qu'une suite est arithmétique ou géométrique.

– Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique ou géométrique à l'aide de la raison.

Commentaires

– L'utilisation d'un tableur pour calculer des termes d'une suite favorise la compréhension des différents modes de génération.
– L'objectif est de modéliser des situations discrètes simples, choisies notamment en lien avec les autres enseignements de la série (évolution ou actualisation d'un capital, évolution d'une colonie bactérienne…).
– En lien avec l'écriture fonctionnelle, on utilise la notation $u(n)$ préalablement à celle de u_n.
– L'étude des suites arithmétiques et géométriques permet de comparer différents types de croissance.
– En classe de première, il convient de faire fonctionner la définition par récurrence d'une suite géométrique ou arithmétique. L'expression en fonction de n du terme général est étudiée en classe terminale.
– On s'attache à présenter des suites qui ne sont ni arithmétiques ni géométriques.

Situations algorithmiques (sauf série STD2A)

– Calculer un terme de rang donné d'une suite, une somme finie de termes.
– Déterminer une liste de termes d'une suite et les représenter.
– Déterminer le rang à partir duquel les termes d'une suite sont supérieurs ou inférieurs à un seuil donné, ou aux termes de même rang d'une autre suite.

• Fonctions de la variable réelle

Contenus

Les fonctions comme modèles mathématiques d'évolutions continues :

– différents modes de représentation d'une fonction : expression littérale, représentation graphique ;
– notations $y = f(x)$ et $x \mapsto f(x)$;
– taux de variation, entre deux valeurs de la variable x, d'une grandeur y vérifiant $y = f(x)$;
– fonctions monotones sur un intervalle, lien avec le signe du taux de variation.

Fonctions polynômes de degré 2 :

– représentations graphiques des fonctions : $x \mapsto ax^2$, $x \mapsto ax^2 + b$, $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$;
– axes de symétrie ;
– racines et signe d'un polynôme de degré 2 donné sous forme factorisée (le calcul des racines à l'aide du discriminant ne figure pas au programme).

Fonctions polynômes de degré 3 :

– représentations graphiques des fonctions : $x \mapsto ax^3$, $x \mapsto ax^3 + b$;
– racines et signe d'un polynôme de degré 3 de la forme $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x-x_3)$;
– équation $x^3 = c$; racine cubique d'un nombre réel positif ; notations $c^{\frac{1}{3}}$ et $\sqrt[3]{c}$.

Capacités attendues

– Modéliser la dépendance entre deux grandeurs à l'aide d'une fonction.
– Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$ ou une inéquation de la forme $f(x) < k$ ou $f(x) > k$.

- Interpréter le taux de variation comme pente de la sécante à la courbe passant par deux points distincts.
- Associer une parabole à une expression algébrique de degré 2, pour les fonctions de la forme : $x \mapsto ax^2$, $x \mapsto ax^2 + b$, $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$.
- Déterminer des éléments caractéristiques de la fonction $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$ (signe, extremum, allure de la courbe, axe de symétrie…).
- Vérifier qu'une valeur conjecturée est racine d'un polynôme de degré 2 ou 3.
- Savoir factoriser, dans des cas simples, une expression du second degré connaissant au moins une de ses racines.
- Utiliser la forme factorisée (en produit de facteurs du premier degré) d'un polynôme de degré 2 ou 3 pour trouver ses racines et étudier son signe.
- Résoudre des équations de la forme $x^2 = c$ et $x^3 = c$, avec c positif.

Commentaires

- Les fonctions polynômes de degré 2 ou 3 fournissent des occasions de pratiquer le calcul numérique (image d'un nombre donné) et littéral (développement, factorisation) et de travailler sur les représentations graphiques. Les connaissances sont mobilisées sur les translations.
- Les exemples prennent appui sur des situations réelles (impôts, hauteurs de marée, tarifs de courrier, évolution de l'émission de CO_2…) et internes aux mathématiques (problèmes d'optimisation dans un cadre géométrique…).
- Le professeur utilise différentes notations pour la variable : *t*, *u*… et habitue les élèves à lire des graphiques reliant une grandeur *y* à une grandeur composée (x^2, $1/x$…), ce qui permet notamment de donner sens à l'expression « grandeurs inversement proportionnelles ».
- La notion de nombre dérivé est introduite à l'aide du taux de variation. Le signe de la dérivée constituera ultérieurement l'outil efficace pour étudier les variations d'une fonction. Il convient donc de limiter les calculs de taux de variation à quelques exemples simples, comme celui de la fonction carré entre x_1 et x_2, qui fournit l'occasion d'utiliser la factorisation de $x_2^2 - x_1^2$.
- La recherche systématique des racines d'un polynôme de degré 2 ne figurant pas au programme, on privilégie les situations où les racines sont évidentes ainsi que les interprétations graphiques. En cas de besoin, la résolution d'une équation du second degré peut se faire à l'aide d'un solveur.

Situations algorithmiques (sauf série STD2A)

- Calculer une valeur approchée d'une solution d'une équation par balayage.

• Dérivation

Contenus

Point de vue local : approche graphique de la notion de nombre dérivé :

- sécantes à une courbe passant par un point donné ; taux de variation en un point ;
- tangente à une courbe en un point, définie comme position limite des sécantes passant par ce point ;
- nombre dérivé en un point défini comme limite du taux de variation en ce point ;
- équation réduite de la tangente en un point.

Point de vue global :

- fonction dérivée ;
- fonctions dérivées de : $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$;
- dérivée d'une somme, dérivée de kf ($k \in \mathbb{R}$), dérivée d'un polynôme de degré inférieur ou égal à 3 ;
- sens de variation d'une fonction, lien avec le signe de la dérivée ;
- tableau de variations, extremums.

Capacités attendues

- Interpréter géométriquement le nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente.
- Construire la tangente à une courbe en un point.
- Déterminer l'équation réduite de la tangente à une courbe en un point.
- Calculer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à trois.
- Déterminer le sens de variation et les extremums d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3.

Commentaires

- La notion de nombre dérivé gagne à être illustrée dans des contextes variés :
  - dans le cadre d'un mouvement rectiligne, il est possible d'interpréter le taux de variation de la position du point mobile entre deux instants comme une vitesse moyenne et le nombre dérivé comme une vitesse instantanée ;
  - dans un cadre économique, le nombre dérivé est relié au coût marginal.
- À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, on visualise la position limite des sécantes à une courbe en un point.
- Il est recommandé de ne pas donner la définition formelle de la notion de limite et de s'en tenir à une approche intuitive à partir d'exemples. Le vocabulaire et la notation correspondants sont introduits à l'occasion du travail sur la notion de nombre dérivé.
- Il est possible de démontrer que la dérivée d'une fonction monotone est de signe constant. La réciproque (admise) s'appuie sur l'interprétation géométrique du nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente.

Statistiques et probabilités

Cette partie s'intéresse aux couples de variables catégorielles. L'internet fournit en effet de nombreux fichiers qui traitent des données liées aux individus et proposent des unités statistiques (pays, plantes, animaux, villes…) organisées selon différentes caractéristiques (sexe, espèce, catégorie socioprofessionnelle, tranche de revenus…) qu'il est intéressant de croiser. Premier contact avec les bases de données, le traitement statistique de fichiers est une activité riche et formatrice qui pourra être réinvestie par les élèves dans des projets en lien avec les enseignements de spécialité en vue de l'épreuve orale terminale.

En probabilités, la notion de probabilité conditionnelle par analogie avec celle de fréquence conditionnelle est introduite. On travaille sur les modèles associés à des expériences aléatoires à plusieurs épreuves indépendantes.

La simulation est une composante importante de l'apprentissage des probabilités au cycle terminal. Elle permet d'observer la fluctuation d'échantillonnage et de traiter des situations fréquemment rencontrées dans la vie sociale (sondages d'opinion, données socio-économiques, jeux de hasard…) ou en sciences expérimentales (incertitude de mesure), tout en se prêtant à des activités de programmation instructives.

• Croisement de deux variables catégorielles

Contenus

- Tableau croisé d'effectifs.
- Fréquence conditionnelle, fréquence marginale.

Capacités attendues

- Calculer des fréquences conditionnelles et des fréquences marginales.
- Compléter un tableau croisé par des raisonnements sur les effectifs ou en utilisant des fréquences conditionnelles.

Commentaires

- L'étude des fréquences conditionnelles permet un travail sur la langue française en considérant les formulations usuellement utilisées dans les médias.
- Des variables catégorielles de natures diverses sont étudiées : nominale (profession, espèce, département de résidence…), ordinale (niveau d'étude, degré de satisfaction de la clientèle…) ou définies par des intervalles (classe d'âge, temps de transport…).
- Les élèves travaillent avec des données réelles dans des domaines variés (sécurité routière, démographie, économie, agronomie…).
- Au moins un traitement statistique de fichier de données individuelles anonymes est proposé, issu par exemple du web (OpenData…).

Situations algorithmiques (sauf série STD2A)

- À partir de deux listes représentant deux caractères d'individus, déterminer un sous-ensemble d'individus répondant à un critère (filtre, utilisation des ET, OU, NON).
- Dresser le tableau croisé de deux variables catégorielles à partir du fichier des individus et calculer des fréquences conditionnelles ou marginales.

• Probabilités conditionnelles

Contenus

- Probabilité conditionnelle ; notation $P_A(B)$.

Capacités attendues

- Calculer des probabilités conditionnelles lorsque les événements sont présentés sous forme de tableau croisé d'effectifs.

Commentaires

- On explicite l'expérience aléatoire sous-jacente qui consiste à prélever au hasard un individu dans la population étudiée.
- Il s'agit, en classe de première, de transposer aux probabilités conditionnelles le travail sur les fréquences conditionnelles, en calculant la probabilité de B sachant A sous la forme : $P_A(B) = \dfrac{Card(A \cap B)}{Card(A)}$

  La représentation à l'aide d'un arbre de probabilités et la formule des probabilités totales relèvent du programme de la classe terminale.
- Des situations issues de différents domaines (économique, industriel, médical…) sont proposées. Ce travail permet notamment de donner du sens au vocabulaire des tests diagnostiques : faux positifs, faux négatifs, spécificité et sensibilité d'un test.

• Modèle associé à une expérience aléatoire à plusieurs épreuves indépendantes

Contenus

- Probabilité associée à une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes.
- Probabilité associée à la répétition d'épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli.

Capacités attendues

- Représenter par un arbre de probabilités une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes et déterminer les probabilités des événements associés aux différents chemins.
- Représenter par un arbre de probabilités la répétition de n épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli avec $n \leqslant 4$ afin de calculer des probabilités.

Commentaires

- Par analogie avec les calculs de proportions de proportions, l'élève perçoit que le modèle adapté à une expérience à deux épreuves indépendantes est celui de la probabilité produit.
- Pour la répétition d'épreuves de Bernoulli, on retient que le modèle adapté est celui pour lequel la probabilité de la liste des résultats représentée par un chemin est le produit des probabilités figurant sur chaque arête.

• Variables aléatoires

Contenus

- Variable aléatoire discrète : loi de probabilité, espérance.
- Loi de Bernoulli (0,1) de paramètre p, espérance.

Capacités attendues

- Interpréter en situation les écritures $\{X = a\}$, $\{X \leqslant a\}$ où X désigne une variable aléatoire et calculer les probabilités correspondantes $P(X = a)$, $P(X \leqslant a)$.
- Calculer et interpréter en contexte l'espérance d'une variable aléatoire discrète.
- Reconnaître une situation aléatoire modélisée par une loi de Bernoulli.
- Simuler N échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli et représenter les fréquences observées des 1 par un histogramme ou un nuage de points.
- Interpréter sur des exemples la distance à p de la fréquence observée des 1 dans un échantillon de taille n d'une loi de Bernoulli de paramètre p.

Commentaires

- On s'abstient de tout formalisme sur les variables aléatoires. Elles sont essentiellement manipulées en contexte pour modéliser des situations dans lesquelles les issues sont des nombres aléatoires.
- La simulation d'échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli de paramètre p permet d'observer la fluctuation d'échantillonnage.
- Sur des simulations de N échantillons (N de l'ordre de plusieurs centaines), on évalue le pourcentage d'échantillons dont la fréquence observée des 1 se situe à une distance s, $2s$ ou $3s$ de p où s désigne l'écart-type de la série des fréquences observées. Sans développer de théorie de décision ou de test, et en prenant appui sur des simulations et des représentations (histogramme, nuage de points), on fait percevoir, pour une observation donnée, la diversité des interprétations possibles de la distance à p (paramètre du modèle) de la fréquence des 1 : situation fréquente ou situation rare dans le cadre du modèle.



- Sur des simulations, on constate que la série des fréquences observées des *1* dans *N* échantillons de taille *n* d'une loi de Bernoulli a un écart-type de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

  Pour plusieurs valeurs de *n* on représente $\frac{1}{\sqrt{n}}$ en abscisse et, en ordonnée, l'écart-type *s* des fréquences observées des 1 dans *N* échantillons (plusieurs centaines) de taille *n*. On peut commenter ce résultat en observant que pour diviser la dispersion par *k* il faut multiplier la taille de l'échantillon par k^2.

Situations algorithmiques (sauf série STD2A)

- Simuler des échantillons de taille *n* d'une loi de Bernoulli à partir d'un générateur de nombres aléatoires entre *0* et *1*.
- Représenter par un histogramme ou par un nuage de points les fréquences observées des *1* dans *N* échantillons de taille *n* d'une loi de Bernoulli.
- Compter le nombre de valeurs situées dans un intervalle de la forme $[p - ks ; p + ks]$ pour $k \in \{1;2;3\}$.